Oscillation basse fréquence dans une cellule Rayleigh-Bénard cubique

Julien SALORT

Maître de stage: Andreas TILGNER

1^{er} mai — 22 juillet 2006

Georg-August Universität Göttingen



Table des matières

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève



Introduction

Convection Rayleigh-Bénard

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

Introduction



Convection Rayleigh-Bénard

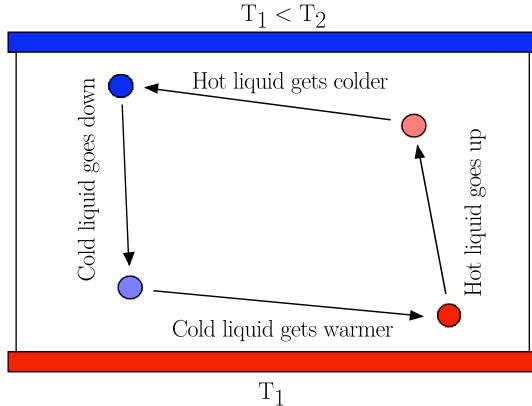
Introduction Convection Rayleigh-Bénard

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion



 $ightarrow Ra \gg 10^7$: régime turbulent « corrélé » de temps de cohérence finie. Existence d'une oscillation basse fréquence $(f_0 \approx 0.01 \; \text{Hz})$



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

Mesures par PIV



Principe de base

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes

expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Ajout de particules et enregistrement d'images à t et t + dt



Principe de base

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Ajout de particules et enregistrement d'images à t et t + dt
- 2. Calcul du déplacement des particules entre t et $t + \mathrm{d}t$ par intercorrélation :

$$C(\xi, \eta) = \sum_{x,y} I(t, x, y)I(t + \Delta t, x + \xi, y + \eta)$$



Principe de base

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes

expérimentaux

Profils de vitesse

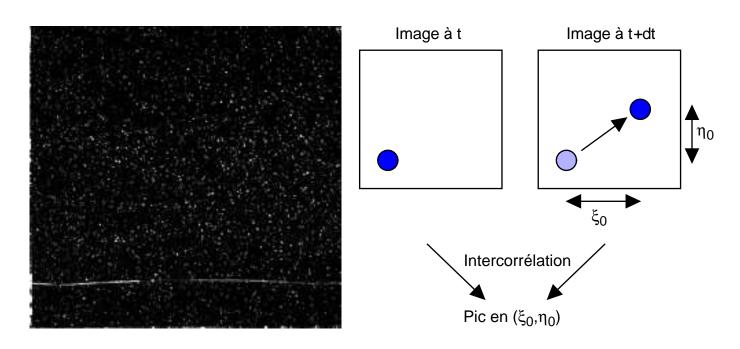
Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Ajout de particules et enregistrement d'images à t et t + dt
- 2. Calcul du déplacement des particules entre t et $t + \mathrm{d}t$ par intercorrélation :

$$C(\xi, \eta) = \sum_{x,y} I(t, x, y)I(t + \Delta t, x + \xi, y + \eta)$$





Montage

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

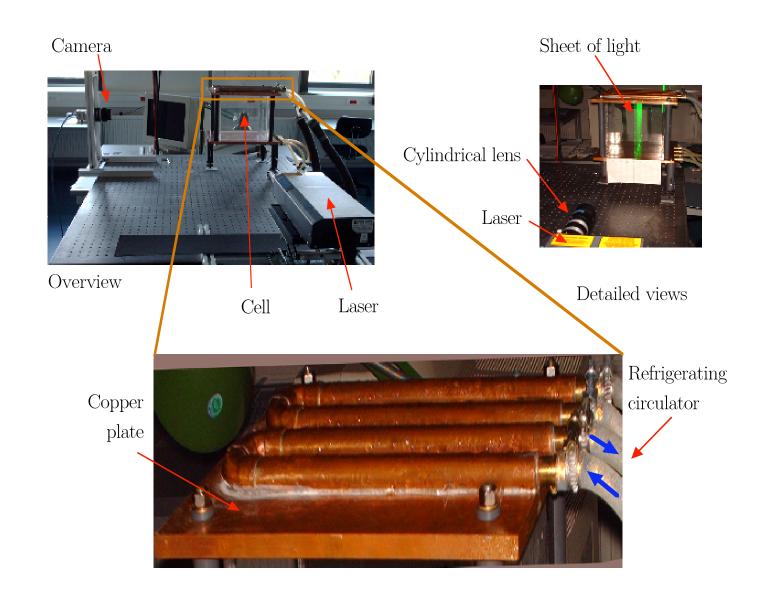
Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève





Intervalle entre les pulses

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Intervalle plus grand \Rightarrow précision de la caméra meilleure



Intervalle entre les pulses

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes

 ${\sf exp\'{e}rimentaux}$

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Intervalle plus grand \Rightarrow précision de la caméra meilleure
- 2. Intervalle plus grand \Rightarrow difficulté à suivre une particule



Intervalle entre les pulses

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

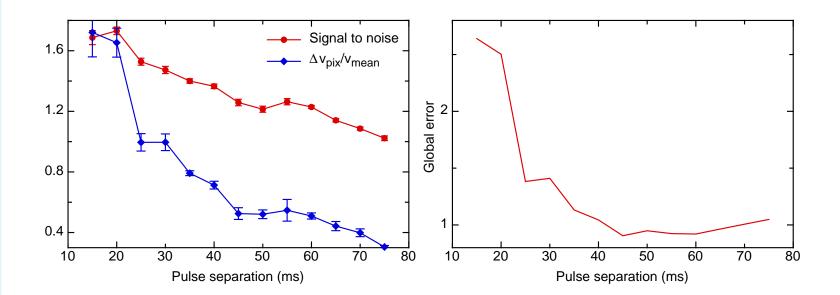
Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes expérimentaux Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Intervalle plus grand \Rightarrow précision de la caméra meilleure
- 2. Intervalle plus grand \Rightarrow difficulté à suivre une particule





Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)
- 2. Étude : oscillation basse fréquence $f_0 \approx 0.01$ Hz



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)
- 2. Étude : oscillation basse fréquence $f_0 \approx 0.01 \; \text{Hz}$
- 3. Limitations : espace disque, temps de calcul



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)
- 2. Étude : oscillation basse fréquence $f_0 \approx 0.01~{\rm Hz}$
- 3. Limitations : espace disque, temps de calcul
- 4. Résolutions accessibles : 8×8 pixels à 64×64 pixels



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)
- 2. Étude : oscillation basse fréquence $f_0 \approx 0.01~{\rm Hz}$
- 3. Limitations : espace disque, temps de calcul
- 4. Résolutions accessibles : 8×8 pixels à 64×64 pixels
- 5. Le nombre de vecteur augmente exponentiellement, le temps de calcul aussi...



Introduction

Mesures par PIV

Principe de base

Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Fréquences accessibles : 1 à 4 Hz (jusqu'à 15 Hz pour le laser)
- 2. Étude : oscillation basse fréquence $f_0 \approx 0.01$ Hz
- 3. Limitations : espace disque, temps de calcul
- 4. Résolutions accessibles : 8×8 pixels à 64×64 pixels
- 5. Le nombre de vecteur augmente exponentiellement, le temps de calcul aussi...
- 6. Choix final : 32×32 pixels et 1 Hz



Problèmes expérimentaux

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Grosses et petites bulles



Problèmes expérimentaux

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Grosses et petites bulles
- 2. Sédimentation et agglomération des particules traçantes



Problèmes expérimentaux

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage

Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

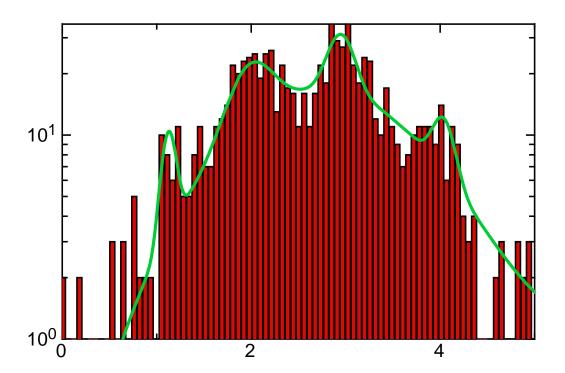
Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Grosses et petites bulles
- 2. Sédimentation et agglomération des particules traçantes
- 3. Biais dans l'estimateur sous-pixel, le « Peak-locking »





Problèmes expérimentaux — Peak-locking

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Rôle de l'intervalle entre les pulses : Christensen : $d_{\tau}/d_{\rm pix} < 2 \Rightarrow {\rm sous}{\rm -r\acute{e}solu} \Rightarrow {\rm Peak-locking}$: erreur significative indépendamment de l'estimateur



Problèmes expérimentaux — Peak-locking

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

Problèmes expérimentaux

Profils de vitesse Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Rôle de l'intervalle entre les pulses : Christensen : $d_{\tau}/d_{\rm pix} < 2 \Rightarrow {\rm sous\text{-}r\acute{e}solu} \Rightarrow {\rm Peak\text{-}locking} : {\rm erreur}$ significative indépendamment de l'estimateur
- 2. Estimateurs: Gaussiens, Whittaker



Problèmes expérimentaux — Peak-locking

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel

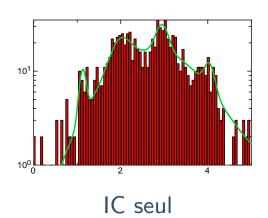
Problèmes expérimentaux

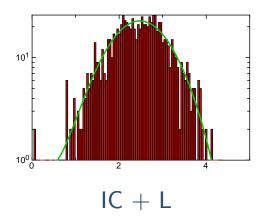
Profils de vitesse Moyennes de vitesse

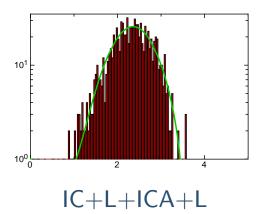
Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Rôle de l'intervalle entre les pulses : Christensen : $d_{\tau}/d_{\rm pix} < 2 \Rightarrow {\rm sous}{\rm -r\acute{e}solu} \Rightarrow {\rm Peak-locking}$: erreur significative indépendamment de l'estimateur
- 2. Estimateurs: Gaussiens, Whittaker
- 3. Intercorrélation adaptative et lissage du champ de vecteur









Profils de vitesse

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses Échantillonnage spatial et temporel Problèmes

Profils de vitesse

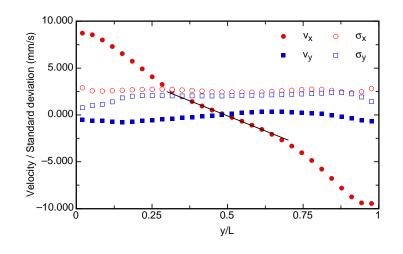
expérimentaux

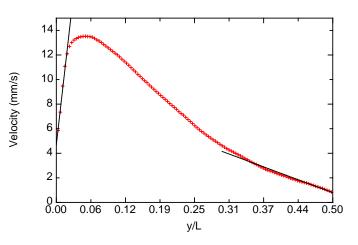
Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. $y/L \le 0.04$: couche limite, v_x augmente linéairement
- 2. $0.04 \leq y/L \leq 0.25$: région intermédiaire, σ plus petit que v_x mais plus grand que v_y
- 3. $0.25 \le y/L \le 0.75$: région centrale, σ_x devient plus grand que v_x , fluctuations homogènes, v_x profile linéaire, v_y reste assez petit.







Moyennes de vitesse

Introduction

Mesures par PIV

Principe de base Montage Intervalle entre les pulses

Échantillonnage spatial et temporel Problèmes

expérimentaux

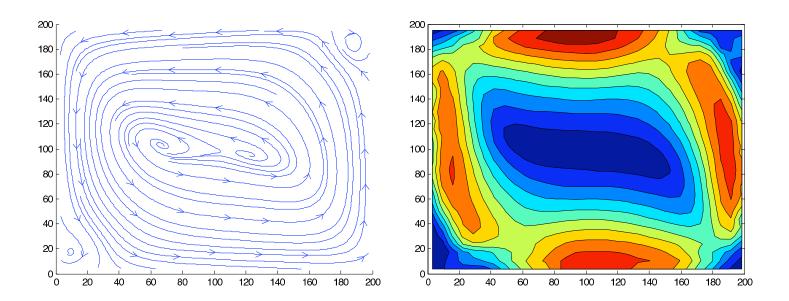
Profils de vitesse

Moyennes de vitesse

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion



→ on observe une symétrie par rapport à la diagonale



Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations Localisation du pic Fonction de cohérence

Lignes isophases

Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

Oscillation basse fréquence



Premières observations

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

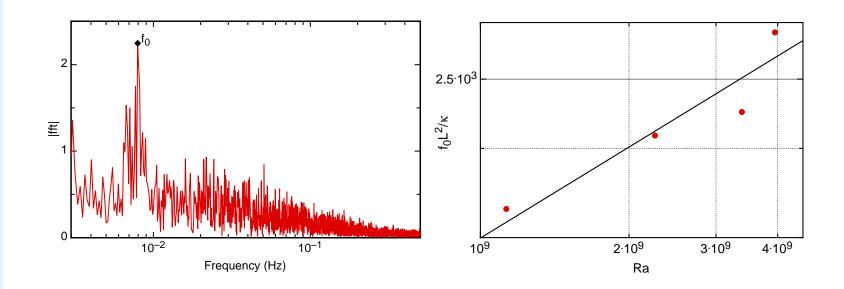
Localisation du pic Fonction de cohérence

Lignes isophases

Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion



Relation expérimentale entre la fréquence et le nombre de Rayleigh :

$$\frac{f_0 L^2}{\kappa} = 0.23 \times \mathrm{Ra}^{0.42}$$



Localisation du pic

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

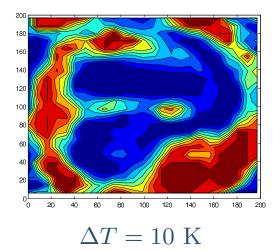
Localisation du pic

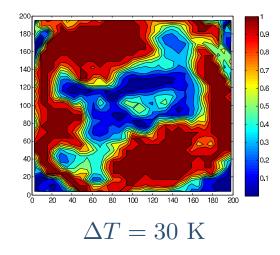
Fonction de cohérence

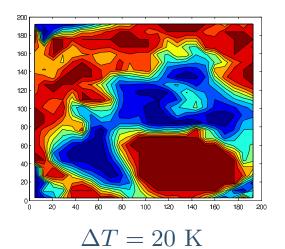
Lignes isophases

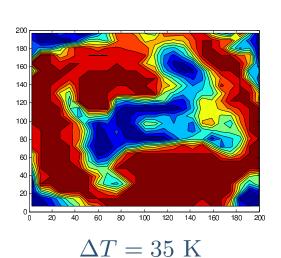
Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève











Fonction de cohérence

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

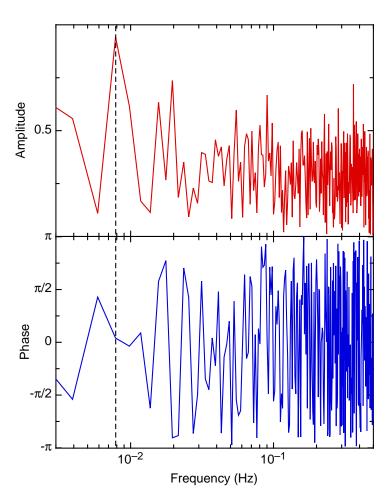
Localisation du pic

Fonction de cohérence

Lignes isophases Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion



Fonction de cohérence entre $v_{\rm haut}$ et $v_{\rm bas}$

1. Définition de la fonction de cohérence de $f_1(t)$ et $f_2(t)$:

$$\operatorname{Coh}_{f_1 f_2}(\nu) = \frac{\hat{f}_1(\nu) \cdot \hat{f}_2(\nu)^*}{\sqrt{|\hat{f}_1(\nu)|^2 |\hat{f}_2(\nu)|^2}}$$

2. Application entre $v_{\mathsf{haut}}(t)$ et $v_{\mathsf{bas}}(t)$: pic en f_0 et phase de l'ordre de $0 \to \mathsf{problème}$?



Fonction de cohérence

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

Localisation du pic

Fonction de cohérence

Lignes isophases

Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion

1. Villermaux et mesures expérimentales précédentes : opposition de phase entre le haut et le bas



Fonction de cohérence

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

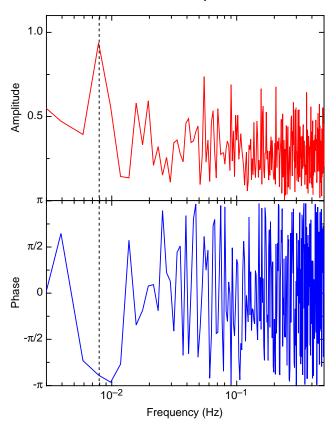
Localisation du pic

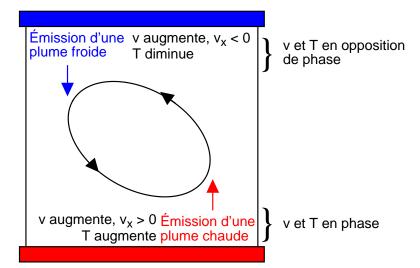
Fonction de cohérence

Lignes isophases Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Villermaux et mesures expérimentales précédentes : opposition de phase entre le haut et le bas
- 2. Phases entre température et vitesse différentes :







Lignes isophases

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

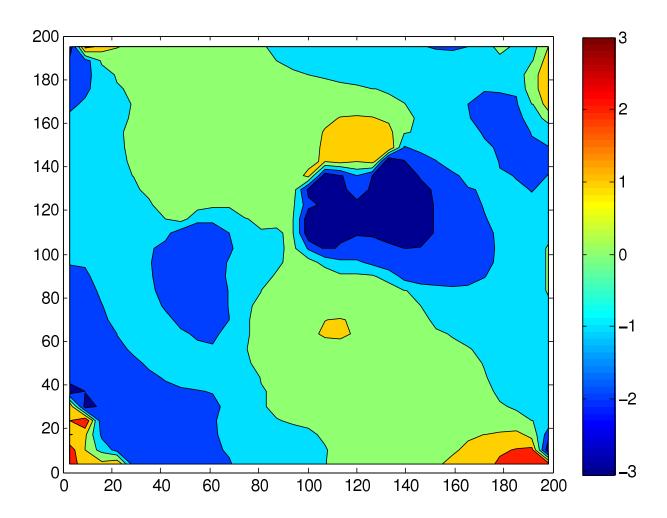
Premières observations

Localisation du pic Fonction de cohérence

Lignes isophases

Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève





Résultats

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Premières observations

Localisation du pic Fonction de

Fonction de cohérence

Lignes isophases

Résultats

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Localisation du pic
- 2. Oscillation en phase



Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe
Poids des modes
Spectre des
coefficients
Allure des modes

Allure des modes Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Approximation d'ordre 2 Approximation d'ordre 6 Résultats

Conclusion

Décomposition de Karhunen-Loève



Principe

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Poids des modes

Principe

Spectre des coefficients
Allure des modes
Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation d'ordre 2
Approximation d'ordre 6
Résultats

Conclusion

1. $A \in \mathcal{M}_{Nm}$ telle que $A_{ij}: i^{\mathsf{ème}}$ mesure de la $j^{\mathsf{ème}}$ sonde



Principe

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Poids des modes

Principe

Spectre des coefficients
Allure des modes
Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation d'ordre 2
Approximation

Conclusion

d'ordre 6 Résultats 1. $A \in \mathcal{M}_{Nm}$ telle que $A_{ij}: i^{\mathsf{ème}}$ mesure de la $j^{\mathsf{ème}}$ sonde

2. Décomposition : $A = U \Sigma V^T$

U matrice $N \times N$ orthogonale

V matrice $m \times m$ orthogonale

 Σ matrice $N \times m$ diagonale



Principe

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

Poids des modes Spectre des coefficients Allure des modes

Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Approximation

d'ordre 2 Approximation

d'ordre 6

Résultats

Conclusion

1. $A \in \mathcal{M}_{Nm}$ telle que $A_{ij}: i^{\mathsf{ème}}$ mesure de la $j^{\mathsf{ème}}$ sonde

2. Décomposition : $A = U\Sigma V^T$

U matrice $N \times N$ orthogonale

V matrice $m \times m$ orthogonale

 Σ matrice $N \times m$ diagonale

3. Si
$$Q = U\Sigma$$
, $A = QV^T$ soit $A_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} q_{k,i} v_{k,j}$



Poids des modes

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

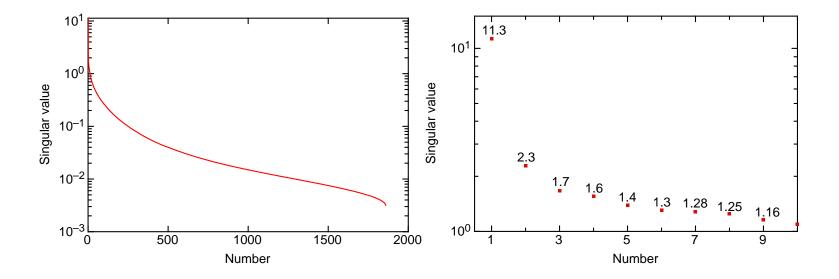
Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

Poids des modes

Spectre des coefficients
Allure des modes
Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation d'ordre 2
Approximation

d'ordre 6 Résultats



$$\sigma_1 = 11.3$$
 $\sigma_{10} = 1.1$
 $\sigma_{249} = 10^{-1}$
 $\sigma_{1291} = 10^{-2}$



Spectre des coefficients

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

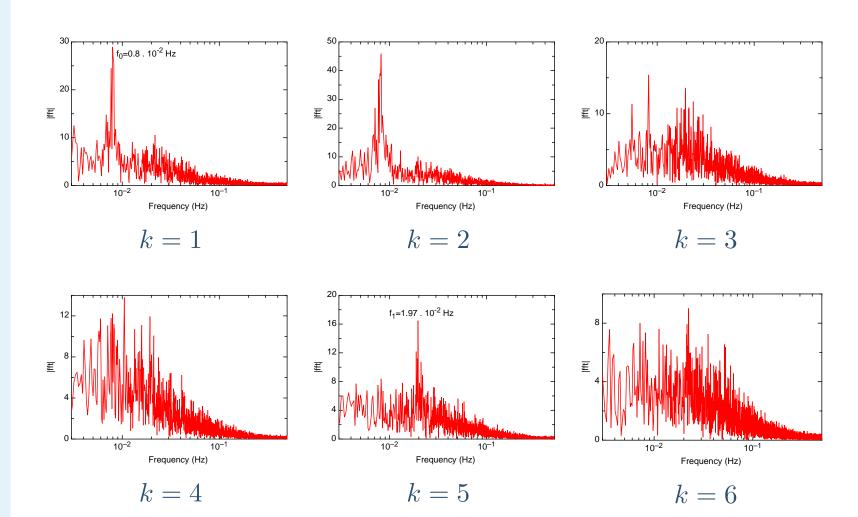
Poids des modes

Spectre des coefficients

Allure des modes Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation d'ordre 2 Approximation d'ordre 6

Conclusion

Résultats





Allure des modes

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe
Poids des modes
Spectre des
coefficients

Allure des modes

Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation d'ordre 2 Approximation d'ordre 6

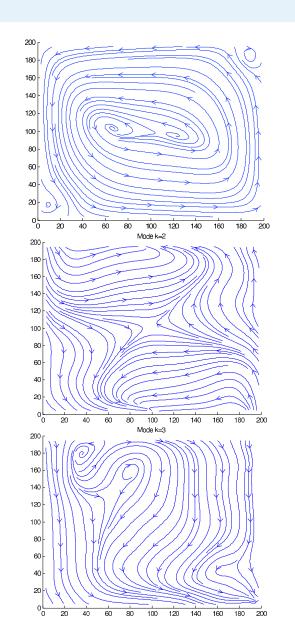
Conclusion

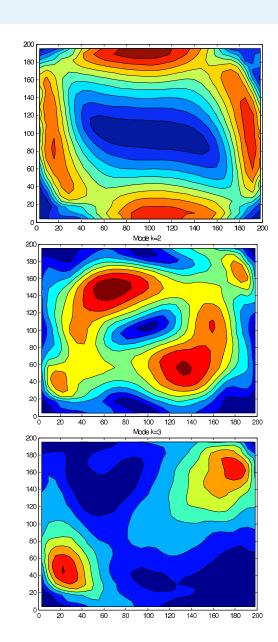
Résultats

$$k = 1$$

$$k = 2$$

$$k = 3$$







Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

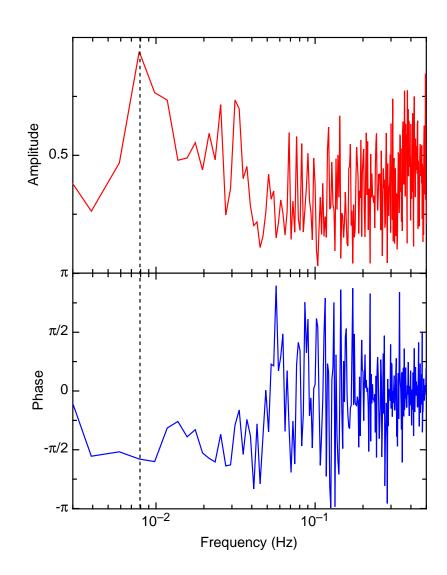
Principe

Poids des modes Spectre des coefficients

Allure des modes

Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Approximation d'ordre 2 Approximation d'ordre 6 Résultats





Approximation d'ordre 2

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

Poids des modes Spectre des coefficients

Allure des modes Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Approximation d'ordre 2

Approximation d'ordre 6
Résultats



Approximation d'ordre 6

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

Poids des modes Spectre des coefficients

Allure des modes Fonction de cohérence de q_1 et q_2

Approximation d'ordre 2

Approximation d'ordre 6

Résultats



Résultats

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Principe

Poids des modes Spectre des coefficients

Allure des modes Fonction de cohérence de q_1 et q_2 Approximation

Approximation d'ordre 2
Approximation d'ordre 6

Résultats

- 1. Modélisation de l'écoulement avec une dizaine de modes
- 2. Oscillation basse fréquence :
 - lacksquare Oscillation de k=1
 - Les k = 1 et k = 2 dominent alternativement
- 3. Problème : changement de structures



Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

Conclusion



Conclusion

Introduction

Mesures par PIV

Oscillation basse fréquence

Décomposition de Karhunen-Loève

- 1. Bilan du stage
 - Prise en main et optimisation d'un système neuf
 - Profils et moyennes de vitesses dans une cuve carré (possibilité d'une plus grande finesse)
 - Analyse de Fourier
 - Analyse de Karhune-Loève
- 2. Perspectives
 - Données plus fines spatialement et calcul plus poussé
 - Acquisition sur des temps plus longs