

Master Sciences de la Matière
2^{ème} année
Stage 2007-2008
Julien Salort



**Convection de Rayleigh-Bénard à haut
nombre de Rayleigh dans l'hélium
cryogénique**

Résumé — L'objectif du stage est double. Il s'agit d'une part de tester l'hypothèse de l'influence du nombre de Prandtl pour expliquer les incompatibilités apparentes de différentes expériences de convection thermique à très haut nombre de Rayleigh. Et, d'autre part, de mettre en œuvre un capteur de dimension $17 \mu\text{m}$ pour confirmer ou infirmer des mesures précédentes réalisées avec un capteur de $200 \mu\text{m}$ et qui furent remises en cause dans la littérature, en invoquant un effet de taille finie de capteur.

Mots clé — Hydrodynamique, Cryogénie, Convection

Institut Néel, CNRS
BP 166
38042 Grenoble cedex 9
France

<http://neel.cnrs.fr>

Maître de stage : Philippe-Emmanuel ROCHE

1^{er} avril – 31 juillet 2008

Table des matières

1	Introduction	3
1.1	Convection Rayleigh-Bénard	3
1.1.1	Introduction	3
1.1.2	Approximations de Boussinesq	3
1.2	Nombres sans dimension	3
1.2.1	Adimensionnalisation	3
1.2.2	Paramètres de contrôle	4
1.2.3	Transfert thermique	4
1.3	Avantages de l'hélium cryogénique	4
1.4	Le régime ultime : une controverse toujours ouverte	6
1.4.1	Transfert thermique	6
1.4.2	Fluctuations temporelles	7
2	Étude des données d'Ilmenau	8
2.1	Introduction	8
2.2	Statistique des incréments	8
3	Expérience Cigare	9
3.1	Motivation	9
3.2	Cryostat	9
3.3	Instrumentation	10
3.3.1	Thermocouple	10
3.3.2	Fil froid	14
3.4	Étude du transfert thermique	15
3.4.1	Régime en $Ra^{1/3}$	15
3.4.2	Transition vers le régime ultime	16
3.4.3	Régimes hydrodynamiques	16
3.4.4	Conclusion	17
3.5	Étude des fluctuations de température	17
3.5.1	Introduction	17
3.5.2	Caractérisation du bruit en $1/f$	18
3.5.3	Influence du bruit sur les calculs d'incrémentes	18
3.5.4	Incrémentes de température	20
4	Conclusion	21
A	Remerciements	22
B	Bibliographie	22

1 Introduction

1.1 Convection Rayleigh-Bénard

1.1.1 Introduction

On étudie un fluide (liquide ou gaz) entre deux plaques maintenues à des températures différentes $T_0 + \Delta T/2$ et $T_0 - \Delta T/2$. La plaque du bas est plus chaude que la plaque du haut.

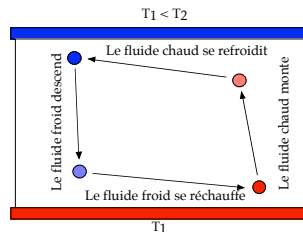


FIGURE 1 – Principe de base de la convection thermique

Lorsque la différence de température est suffisamment grande, il peut s'établir un régime de convection dans lequel le fluide se met en mouvement sous l'effet de la poussée d'Archimède (voir figure 1). Nous nous intéressons à la limite asymptotique « grand forçage » pour lequel l'écoulement est turbulent.

1.1.2 Approximations de Boussinesq

Les approximations de Boussinesq consistent à supposer entre autres, que le fluide (Newtonien) est incompressible et à négliger les variations de ses propriétés (densité, viscosité, coefficient d'expansion thermique, diffusivité thermique) sauf dans le terme d'Archimède, dans lequel on prend en compte la dépendance de la densité avec la température. On en déduit le système d'équations :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v} = 0 \\ \rho_0 \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p + \rho_0 \nu \nabla^2 \vec{v} - \rho(T) g \vec{z} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) T = \kappa \nabla^2 T \end{cases}$$

où $\vec{v}(\vec{x}, t)$ est la vitesse Eulérienne, ρ est la densité du fluide, p est la pression, ν la viscosité cinématique, g l'accélération de la pesanteur, T la température et κ la diffusivité thermique.

1.2 Nombres sans dimension

1.2.1 Adimensionnalisation

On pose :

$$\begin{cases} \rho(T) = \rho_0 (1 - \alpha T) \\ T = T_0 - \frac{\Delta T}{h} z + \Delta T \theta \\ \pi = \frac{h^2}{\kappa^2 \rho_0} p + \frac{d^3}{\kappa^2} g \left((1 - \alpha T_0) z + \Delta T \frac{z^2}{2h} \right) \end{cases}$$

avec α le coefficient d'expansion thermique, h la distance entre les plaques, ΔT est la différence de température entre la plaque du haut et la plaque du bas et θ est la fluctuation de température par rapport au profil de conduction.

Alors le système d'équations devient :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v} = 0 \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla \pi + \operatorname{Pr} \nabla^2 \vec{v} + \operatorname{Ra} \operatorname{Pr} \theta \vec{z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \theta = \vec{v} \cdot \vec{z} + \nabla^2 \theta \end{cases}$$

où $\operatorname{Ra} = \frac{g\alpha\Delta T h^3}{\nu\kappa}$ est le nombre de Rayleigh et $\operatorname{Pr} = \frac{\nu}{\kappa}$ est le nombre de Prandtl.

1.2.2 Paramètres de contrôle

D'après ce qui précède, dans l'approximation de Boussinesq, les équations qui gouvernent le système sont entièrement déterminées par deux paramètres sans dimension : le nombre de Rayleigh, Ra , et le nombre de Prandtl, Pr . Ce sont donc les deux paramètres de contrôle du système.

Ces deux paramètres sans dimension, associés aux conditions aux bords et aux conditions initiales, permettent de caractériser complètement le problème. Bien entendu, on s'attend à ce que la solution dépende des conditions aux bords (influence des parois et du rapport d'aspect, notamment).

1.2.3 Transfert thermique

La convection thermique est un mode de transport de la chaleur plus efficace que la conduction. Pour caractériser l'amélioration du transfert thermique par la convection, on définit le nombre de Nusselt, Nu , comme le rapport du transfert thermique total et du transfert thermique dû à la conduction.

Par définition, lorsque seule la conduction thermique est responsable du transfert de chaleur, le Nusselt vaut 1.

1.3 Avantages de l'hélium cryogénique

Au dessus de 2,17 K, l'hélium cryogénique est un fluide quasi-idéal pour étudier la dynamique des fluides Newtoniens dans la limite turbulence intense. C'est le fluide dont la viscosité et la diffusivité sont les plus faibles, et le coefficient d'expansion thermique est 3 décades plus grand que celui de l'eau (voir table 1).

Par conséquent, pour une cellule de 40 cm de haut et une différence de température de 1 degré, le nombre de Rayleigh obtenu avec l'eau comme fluide d'étude est $1,12 \times 10^9$ (avec $\alpha = 2,5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\kappa = 1,4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) alors que le nombre de Rayleigh obtenu avec l'Hélium cryogénique peut atteindre $\operatorname{Ra} \sim 10^{15}$ (avec $\rho = 70,8 \text{ kg}/\text{m}^3$). Par ailleurs, les propriétés de l'Hélium, notamment ν et κ qui interviennent au dénominateur du nombre de Rayleigh, varient avec la masse volumique. Ainsi, l'utilisation d'une faible masse volumique d'Hélium permet, dans cette même cellule, de réduire Ra en dessous du seuil de convection.

Ainsi, l'hélium cryogénique permet d'obtenir une très large plage de nombres de Rayleigh, plusieurs décades plus grands que ceux obtenus dans l'eau (varier la densité de $0,65 \text{ kg}/\text{m}^3$ à $100 \text{ kg}/\text{m}^3$ ne pose pas de difficulté particulière et ne nécessite une pression de seulement quelques bars en raison de la pression critique assez faible de l'hélium [2.2 atm], voir figure 2).

ρ [kg/m ³]	T [K]	ν [m ² /s]	κ [m ² /s]	α [K ⁻¹]	Pr
0,65	5,00	$1,9 \times 10^{-6}$	$2,8 \times 10^{-6}$	0,21	0,691
	6,00	$2,3 \times 10^{-6}$	$3,3 \times 10^{-6}$	0,17	0,684
1,57	5,00	$8,1 \times 10^{-7}$	$1,1 \times 10^{-6}$	0,21	0,707
	6,00	$9,4 \times 10^{-7}$	$1,4 \times 10^{-6}$	0,18	0,697
6,49	5,00	$2,0 \times 10^{-7}$	$2,6 \times 10^{-7}$	0,26	0,798
	6,00	$2,4 \times 10^{-7}$	$3,1 \times 10^{-7}$	0,20	0,769
10,8	5,00	$1,3 \times 10^{-7}$	$1,4 \times 10^{-7}$	0,31	0,891
	6,00	$1,5 \times 10^{-7}$	$1,8 \times 10^{-7}$	0,24	0,838
18,7	5,00	$7,9 \times 10^{-8}$	$6,9 \times 10^{-8}$	0,46	1,131
	6,00	$9,1 \times 10^{-8}$	$9,2 \times 10^{-8}$	0,31	0,991
40,6	5,30	$4,4 \times 10^{-8}$	$1,6 \times 10^{-8}$	1,52	2,803
	5,60	$4,6 \times 10^{-8}$	$2,2 \times 10^{-8}$	1,01	2,142
	6,00	$4,9 \times 10^{-8}$	$2,8 \times 10^{-8}$	0,70	1,743
70,8	5,30	$3,1 \times 10^{-8}$	$2,5 \times 10^{-9}$	8,53	12,18
	5,60	$3,2 \times 10^{-8}$	$7,8 \times 10^{-9}$	2,12	4,083
	6,00	$3,3 \times 10^{-8}$	$1,3 \times 10^{-8}$	1,06	2,532

TABLE 1 – Quelques grandeurs physiques de l'hélium cryogénique pour différentes valeurs de température et de densité

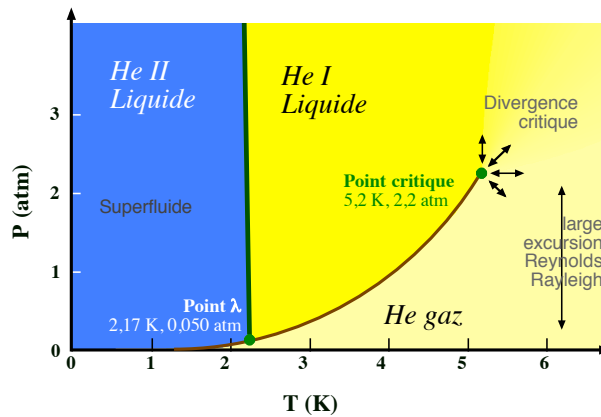


FIGURE 2 – Diagramme des phases de l'Hélium 4

1.4 Le régime ultime : une controverse toujours ouverte

1.4.1 Transfert thermique

On s'intéresse aux lois d'échelle qui relient le nombre de Nusselt (défini au paragraphe 1.2.3 page 4) et le nombre de Rayleigh.

Un des modèles les plus simples consiste à supposer que le transport de chaleur par unité de temps, noté \dot{Q} , est indépendant de la distance entre les flasques. Une interprétation consiste à dire que les couches limites thermiques (c'est-à-dire la partie du fluide proche du flasque dans laquelle se concentre l'essentiel du gradient thermique) sont indépendantes l'une de l'autre.

Le nombre de Nusselt est défini comme le rapport entre le transport de chaleur observé, \dot{Q} , et celui que l'on observerait sans convection (c'est-à-dire dans un régime purement diffusif), \dot{Q}_{diff} :

$$\text{Nu} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{diff}}}$$

Or, dans un régime purement diffusif, le transport de chaleur par unité de temps, \dot{Q}_{diff} , est relié à la différence de température ΔT par la relation :

$$\Delta T = R_{\text{th}} \cdot \dot{Q}_{\text{diff}}$$

où R_{th} est la résistance thermique du milieu. Cette relation est similaire à la loi d'Ohm dans le cas du transport d'électricité dans un conducteur ohmique¹.

On peut montrer que $R_{\text{th}} = \frac{h}{\lambda S}$ où h est la distance entre les flasques, S est la surface effective des flasques et λ la conductivité thermique du milieu. Le transfert thermique en régime diffusif peut alors s'écrire :

$$\dot{Q}_{\text{diff}} = \frac{\lambda S \Delta T}{h}$$

Le nombre de Nusselt peut donc se réécrire comme :

$$\text{Nu} = \frac{\dot{Q} h}{\lambda S \Delta T}$$

D'où

$$\dot{Q} = \frac{\lambda S \Delta T}{h} \text{Nu}$$

Par conséquent, si on suppose que le transport de chaleur par unité de temps, \dot{Q} , est indépendant de la distance entre les plaques, h , il faut nécessairement imposer que le nombre de Nusselt, Nu , vérifie :

$$\text{Nu} \sim h$$

c'est-à-dire, avec $\text{Ra} = \frac{g \alpha \Delta T h^3}{\nu \kappa}$,

$$\boxed{\text{Nu} \sim \text{Ra}^{1/3}}$$

Lorsque l'on augmente suffisamment le nombre de Rayleigh, on s'attend à rencontrer une transition vers un nouveau régime turbulent, soit parce que la couche limite de vitesse, de plus en plus cisailée, devient turbulente, soit parce que la couche limite thermique devient instable. Dans ces deux scénarios, le transport de chaleur évolue vers un nouveau régime complètement turbulent, appelé « régime ultime de convection », prédit théoriquement il y a plus

1. Il s'agit simplement d'intégrer la loi de Fourier $\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \nabla T$, de même que la loi d'Ohm $U = Ri$ s'obtient en intégrant la loi d'Ohm généralisée $\vec{j} = -\sigma \nabla V$

de 40 ans [KRAICHNAN, 1962], et dans lequel on attend une loi de transfert thermique tendant asymptotiquement vers :

$$\text{Nu} \sim \text{Ra}^{1/2}$$

Une transition a été observée il y a une dizaine d'année à Grenoble [CHAVANNE et al., 1997] autour de $\text{Ra} = 10^{12}$, dans une cellule de rapport d'aspect 1/2. Cependant, certaines expériences effectuées par deux équipes américaines, ne reproduisent pas cette transition (voir figure 3).

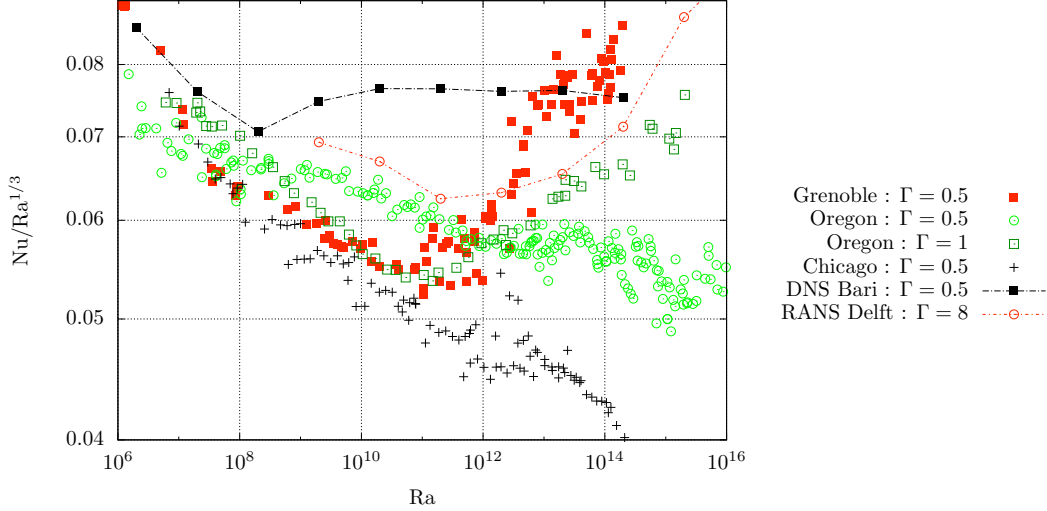


FIGURE 3 – Quelques résultats précédents : deux expériences qui observent une transition (Grenoble $\Gamma = 0,5$ et Oregon $\Gamma = 1$), deux qui ne l’observent pas (Oregon $\Gamma = 0,5$ et Chicago $\Gamma = 0,5$), deux simulations numériques (Bari et Delft)

1.4.2 Fluctuations temporelles

En plus de la rupture de pente dans l’espace $\text{Ra}-\text{Nu}$, on peut chercher une signature de la transition dans la statistique temporelle des signaux de fluctuations de température. Xavier Chavanne et collaborateurs ont aussi étudié les incréments de températures [CHAVANNE et al., 2001] :

$$\langle \delta T^2 \rangle = \langle (T(t + \tau) - T(t))^2 \rangle$$

et plus précisément la quantité :

$$D \log \langle \delta T^2 \rangle = \frac{d \log \langle (T(t + \tau) - T(t))^2 \rangle}{d \log \tau}$$

On représente alors cette quantité en fonction de l’incrément temporel τ ou, si u est la vitesse moyenne de l’écoulement, de l’échelle spatiale $r = u\tau$ (voir figure 4). C’est une quantité qui contient autant d’information que les spectres de puissance, plus traditionnels.

Dans cette représentation, une loi de puissance entre l’incrément de température $\langle \delta T^2 \rangle$ et l’échelle r se traduirait par un plateau dont la valeur est parfois appelée *exposant de la fonction de structure d’ordre 2* des fluctuations de température. Aux échelles dissipatives, où $\langle \delta T^2 \rangle \propto r^2$, on s’attend à tendre vers un plateau $D \log \langle \delta T^2 \rangle \rightarrow 2$.

Le changement qualitatif de la forme de la courbe sur la figure 4 entre les petits nombres de Rayleigh et les nombres de Rayleigh supérieurs à 10^{12} est interprété comme une signature du changement de la structure de l’écoulement à la transition.

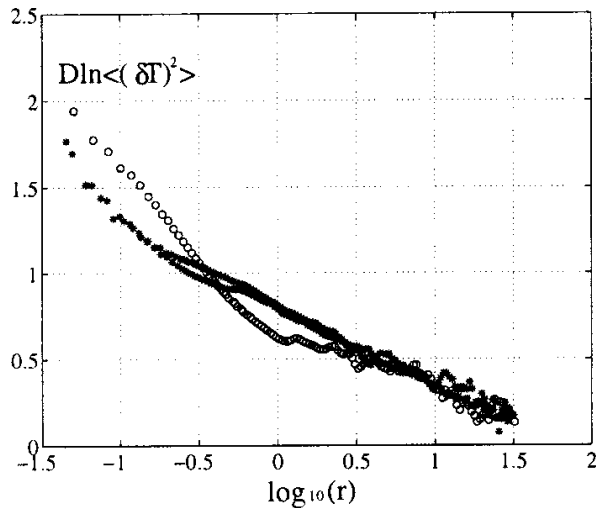


FIGURE 4 – Incrément de température $\langle \delta T^2 \rangle$ en fonction de l’échelle $r = u\tau$ exprimée en centimètres obtenu par X. Chavanne et collaborateurs; o, $Ra = 4 \times 10^{10}$, *, $Ra \geq 10^{12}$

Bien que d’autres groupes, notamment à Chicago, aient également observé des changements qualitatifs des statistiques temporelles au delà de $Ra = 10^{12}$ [PROCACCIA et al., 1991], ces résultats sont restés controversés à cause d’une étude théorique qui montre — en supposant cependant que la couche limite des capteurs est laminaire — que les changements observés peuvent être attribués à la taille des capteurs [GROSSMANN and LOHSE, 1993].

2 Étude des données d’Ilmenau

2.1 Introduction

Dans le cadre d’une collaboration entre l’institut Néel et l’université d’Ilmenau, j’ai accompagné en Allemagne mon maître de stage, Philippe-Emmanuel ROCHE, pendant une semaine. Nous avons travaillé avec Ronald DU PUIITS qui est responsable d’une cuve, le « Barrel of Ilmenau », anciennement une grande réserve d’eau chaude, utilisée aujourd’hui pour des expériences de convection thermique dans l’air [DU PUIITS et al., 2007].

Il s’agit d’une cuve cylindrique de diamètre 7,15 m et de rapport d’aspect Φ/h variable, compris entre 1,1 et 150, capable d’atteindre des nombres de Rayleigh assez grands (jusqu’à 10^{12}). Nous avons travaillé sur des séries temporelles mesurées récemment par Ronald DU PUIITS et son équipe pour différentes positions le long de l’axe central de la cellule. La grande dimension de cette cellule permet d’obtenir une résolution spatiale unique des couches limites.

2.2 Statistique des incréments

Pendant le séjour, j’ai calculé sur quelques séries temporelles la statistique des incréments de température de façon similaire à ce qu’a fait Xavier Chavanne et collaborateurs (voir page 7 et [CHAVANNE et al., 2001]). Le but était de chercher une signature du régime ultime dans les séries à haut Rayleigh.

Le gros point fort des données d’Ilmenau est que l’on peut étudier indépendamment l’influence de la distance au flasque et celle du nombre de Rayleigh sur la statistique des incréments. En estimant l’épaisseur typique de la couche limite comme $h/2Nu$, on peut adimensionner la distance au flasque, z , par l’épaisseur typique de la couche limite. Par ailleurs, on adimensionne

le temps par le temps typique de diffusion de la chaleur sur une hauteur de couche limite :
 $\tau_0 = \left(\frac{h}{2\text{Nu}}\right)^2/\kappa$.

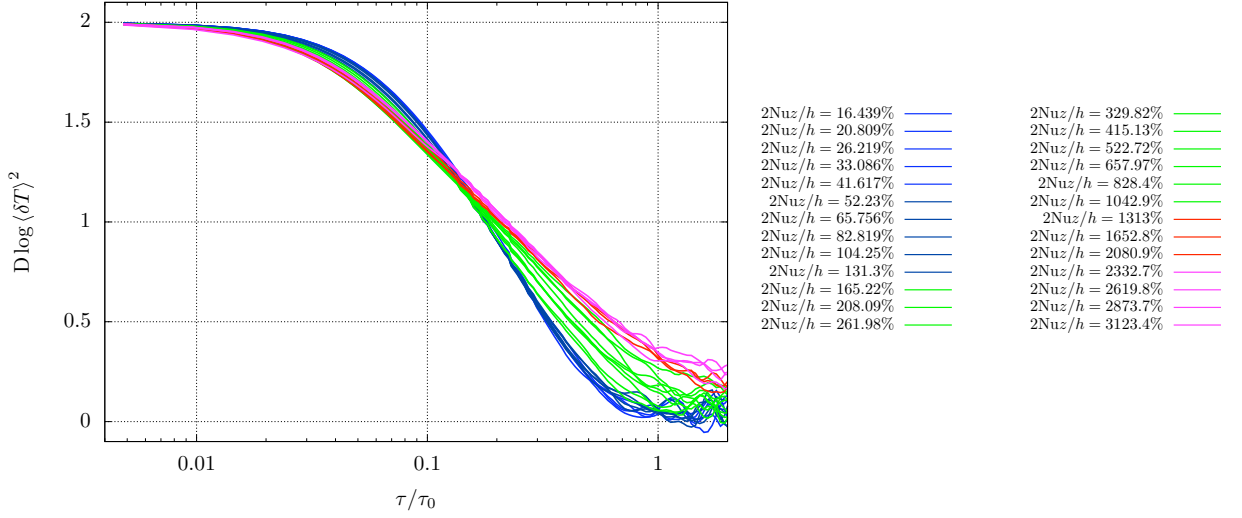


FIGURE 5 – Dérivée logarithmique de l'incrément de température $\langle \delta T^2 \rangle$ en fonction de l'incrément temporel τ , calculée à partir des données mesurées par Ronald DU PUIITS et son équipe dans le « Barrel of Ilmenau » pour $\text{Ra} = 9,58 \cdot 10^{11}$, $\Gamma = 1,13$ et différentes valeurs de distance au flasque.

On constate sur la figure 5 que la courbe évolue de façon monotone avec la distance au flasque : la pente s'infléchit lorsque la distance augmente. Cependant, on voit que les courbes qui correspondent à $2\text{Nuz}/h > 1300\%$ et les courbes qui correspondent à $2\text{Nuz}/h < 130\%$ se superposent au premier ordre : on peut interpréter cela comme l'existence, d'une part d'un régime de couche limite (pour $z \lesssim \frac{h}{2\text{Nu}}$) et, d'autre part d'un régime de « cœur d'écoulement » (ou « bulk ») (pour $z \gtrsim 10 \frac{h}{2\text{Nu}}$).

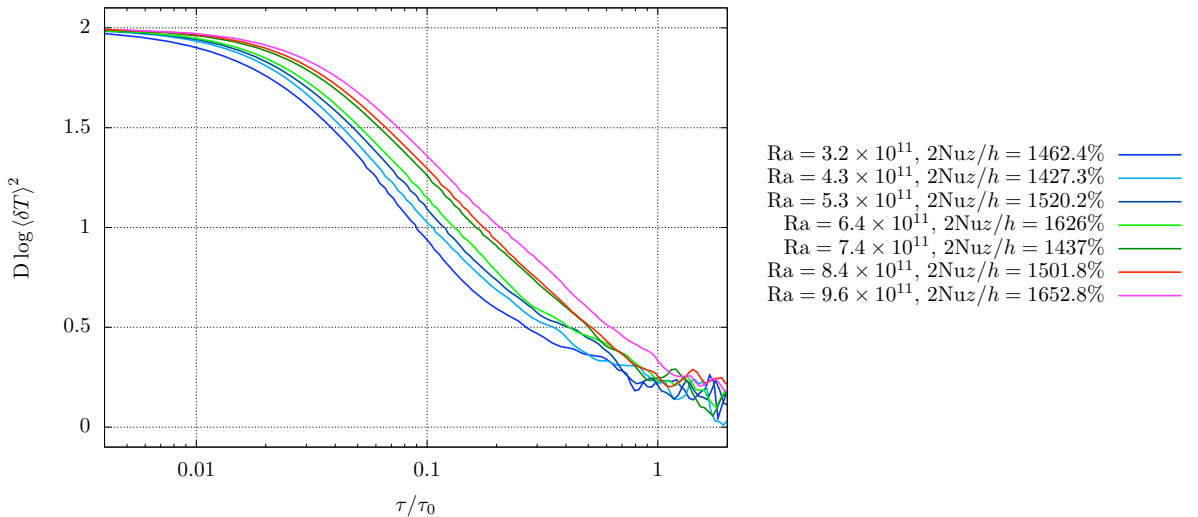


FIGURE 6 – Dérivée logarithmique de l'incrément de température $\langle \delta T^2 \rangle$ en fonction de l'incrément temporel τ , calculée à partir des données d'Ilmenau pour différents nombres de Rayleigh et $z \gtrsim 10 \frac{h}{2\text{Nu}}$

En revanche, en variant le nombre de Rayleigh à une distance relative au flasque fixée (voir figure 6), on ne voit pas de changement « brutal » de l'allure de la courbe au delà d'un Rayleigh

critique. On en déduit qu'on ne retrouve pas, dans les données d'Ilmenau acquises loin de la couche limite, la signature de transition identifiée par Chavanne et collaborateurs.

3 Expérience Cigare

3.1 Motivation

Les expériences grenobloises et américaines, à première vue incompatibles, ne correspondent pas rigoureusement aux mêmes plages de Ra et Pr (voir figure 7). On peut envisager que le régime transité n'apparaisse que dans une certaine zone de l'espace Ra-Pr (en jaune sur la figure).

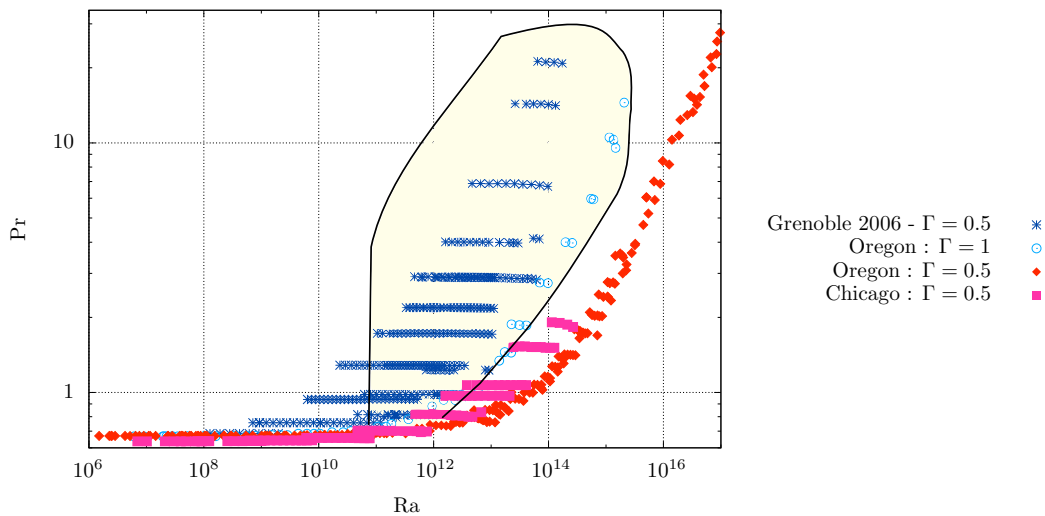


FIGURE 7 – Plage de paramètres de contrôle (Ra et Pr) explorée par les expériences grenobloises et américaines. En jaune, la zone de l'espace des paramètres dans laquelle la transition est observée.

Pour tester cette hypothèse, nous souhaitons augmenter l'excursion en Ra d'une décade à Prandtl fixé (c'est-à-dire à densité fixée). Pour cela, on décide d'augmenter la hauteur de la cellule d'un facteur $10^{1/3} \simeq 2,2$. Le but de ce stage était alors de concevoir, mettre en place et faire tourner une expérience, baptisée « Cigare », plus haute que les cellules utilisées précédemment, qui permette de trancher au sujet de l'influence de Prandtl sur la transition.

3.2 Cryostat

Dans notre cas, pour travailler avec de l'hélium cryogénique, il convient de placer la cellule de convection dans un cryostat. Il s'agit d'une enceinte isolée remplie d'Hélium liquide (voir figure 8).

Le cryostat existant est bien adapté à une cellule de hauteur 20 cm mais il est trop court pour une cellule de hauteur 40 cm. Afin de résoudre ce problème, j'ai demandé à l'atelier d'usiner une rallonge en inox pour réhausser la tourelle du cryostat.

Comme on peut le voir sur la figure 8, la cellule est placée dans un calorimètre dans lequel règne un vide cryogénique. Elle n'échange de chaleur avec le bain d'Hélium qu'à travers une résistance thermique calibré de 2 K/W à 5 K placée sur le flasque supérieur. À nouveau, le calorimètre existant était bien adapté à une cellule de 20 cm mais trop court pour la cellule « Cigare ». J'ai donc adapté les plans de l'ancien calorimètre puis demandé à l'atelier l'usinage d'un nouveau calorimètre.

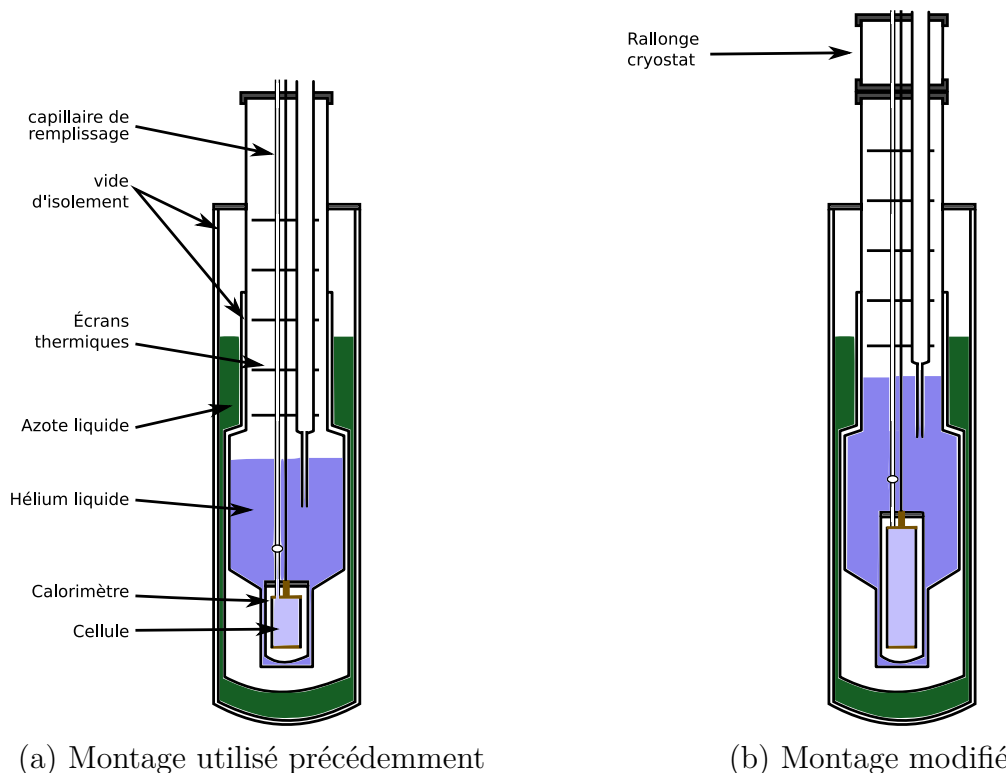


FIGURE 8 – Représentation schématique générale du cryostat, avant et après les modifications pour la cellule « cigare » : ajout d’une rallonge, construction d’un nouveau calorimère et d’une nouvelle cellule.

Pour obtenir une cellule de 40 cm, j’ai assemblé trois cellules existantes, deux cellules de rapport d’aspect 1 et de hauteur 10 cm et la cellule de 20 cm de hauteur qui était encore en fonctionnement à mon arrivée dans l’équipe.

3.3 Instrumentation

3.3.1 Thermocouple

Motivations Un des intérêts de l’hélium cryogénique est que l’on peut faire varier indépendamment le nombre de Prandtl, en changeant la densité et la température moyenne dans la cellule, et le nombre de Rayleigh, en changeant la différence de température entre les flasques. Pour cela, il est important de pouvoir mesurer cette différence de température de façon précise, ce que permet un thermocouple.

Cela a déjà été fait dans le groupe, d’abord par Francesca Chillà en 1993/1994. Toutefois, il a fallu en construire un nouveau, proche des précédents mais avec des fils plus longs, adaptés à notre cellule de 40 cm de haut.

Principe général Les thermocouples sont basés sur un effet thermoélectrique découvert par Seebeck en 1821 : lorsqu’un conducteur est soumis à un gradient de température dT , on peut mesurer une différence de potentiel $dV = \epsilon dT$, où ϵ est la constante de Seebeck du matériau.

En général, il n’est pas possible d’observer directement l’effet Seebeck avec un seul matériau. En revanche, on peut mesurer facilement la tension entre deux jonctions composées de conducteurs différents (voir figure 9).

La tension mesurée, V_{MN} vaut donc :

$$V_{MN} = V_{MH} + V_{HB} + V_{BN}$$

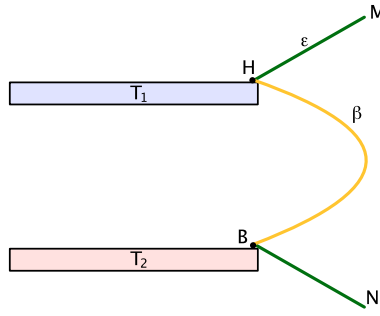


FIGURE 9 – Principe de base d’un thermocouple réalisé avec deux matériaux de constantes de Seebeck ϵ et β

avec

$$\begin{cases} V_{MH} = \epsilon (T_{\text{amb}} - T_1) \\ V_{HB} = \beta (T_1 - T_2) \\ V_{BN} = \epsilon (T_2 - T_{\text{amb}}) \end{cases}$$

où ϵ et β sont les constantes de Seebeck des matériaux qui constituent les jonctions, T_1 et T_2 les températures des flasques et T_{amb} la température ambiante.

D’où :

$$V_{MN} = (\beta - \epsilon) \cdot (T_1 - T_2)$$

Ainsi, un thermocouple permet une mesure directe d’une différence de température, ce qui permet d’en faire une mesure beaucoup plus précise que celle réalisée avec deux thermomètres absolus indépendants, même très bien étalonnés.

Conception Pour augmenter le signal obtenu, on soude une dizaine de thermocouples en série. Afin de limiter la conduction thermique parasite entre les flasques par les fils du thermocouple, on utilise des fils de petit diamètre et dans des matériaux peu conducteurs de la chaleur : J’ai utilisé les fils de 50 microns d’un alliage Nb-Ti (supraconducteur à 9 K, mauvais conducteur de la chaleur) et d’un alliage Au-Fe que j’ai soudés sur des plots préalablement gravés au perchlorure de fer dans un morceau de ThermalClad (il s’agit d’une pièce en cuivre recouverte d’une couche de polyimide isolante puis d’une fine couche de cuivre).

Le support en ThermalClad est lui-même soudé et vissé sur un support en cuivre. Afin d’assurer un bon contact thermique entre les pattes du support et les flasques de la cellule Rayleigh-Bénard et pour les protéger de l’oxydation, j’ai déposé une fine couche d’or sur les pattes (voir figure 10).

Étalonnage J’ai réalisé l’étalonnage du thermocouple en imposant des différences de températures entre les flasques suffisamment grandes pour être mesurées avec une bonne précision relative par les thermomètres absolus classiques.

On peut ajuster les données comme :

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = 141 \cdot (T - 5) \mu\text{V/K}$$

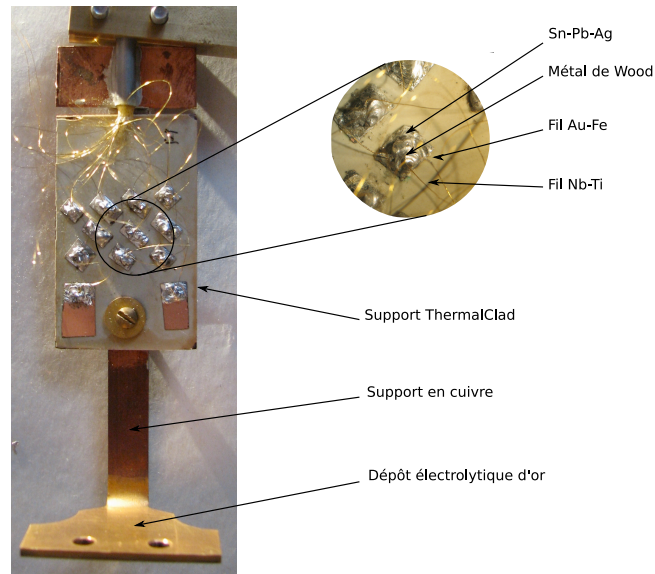


FIGURE 10 – Réalisation du thermocouple

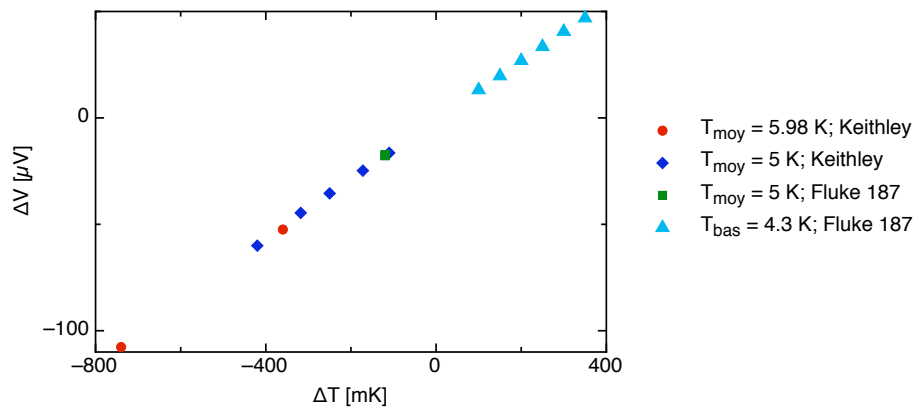


FIGURE 11 – Tension thermocouple mesurée pour différents gradients de température

3.3.2 Fil froid

Introduction J'ai utilisé un fil froid conçu par Frédéric Gauthier dans le cadre de sa thèse [GAUTHIER] : il s'agit d'une fibre de verre de $17\ \mu\text{m}$ sur lequel il a déposé une fine couche de nitrure de niobium (voir figure 12). Ce matériau a été étudié au laboratoire en raison de ses bonnes propriétés thermosensibles [BOURGEOIS et al., 2006].

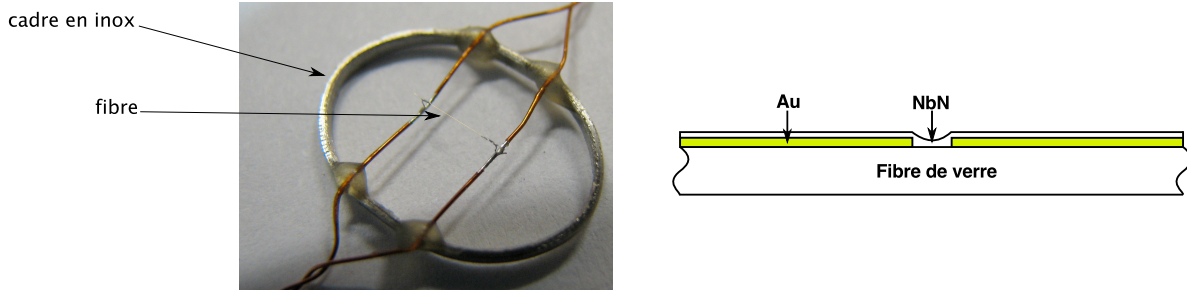


FIGURE 12 – Schéma et photo de la fibre conçue par F. GAUTHIER

Position dans la cellule Tout d'abord, il a fallu décider où et comment placer la fibre dans la cellule. Afin de pouvoir comparer les données obtenues à celles d'Ilmenau (voir paragraphe 2.1), nous avons décidé de placer la fibre le long de l'axe vertical central de la cellule. Cependant, contrairement au dispositif allemand, nous n'avons pas envisagé de système permettant de déplacer la fibre le long de l'axe. Un tel système, bien que réalisable, est difficile à mettre en œuvre dans un environnement cryogénique.

Pour obtenir des données comparables à celles d'Ilmenau, il faut que la fibre soit placée en dehors de la couche limite mais proche de la paroi, typiquement à quelques tailles de couche limites de la paroi. On peut estimer l'épaisseur typique de la couche limite, H , comme :

$$H = \frac{h}{2Nu}$$

Les nombres de Nusselt typiques mesurés dans la cellule varient entre 150 et 5000, pour $h = 40\ \text{cm}$, on obtient donc des épaisseurs typiques de couche limite entre $40\ \mu\text{m}$ et $1,3\ \text{mm}$. Nous avons alors décidé de placer la fibre à $2\ \text{mm}$ du flasque inférieur. En s'appuyant sur les données d'Ilmenau, on s'attend ainsi à ce que le fil froid puisse être considéré comme extérieur à la couche limite pour les nombres de Rayleigh autour desquels une transition est anticipable.

Pour fixer la fibre à $2\ \text{mm}$ du flasque inférieur, en perturbant le moins possible l'écoulement dans la couche limite, j'ai construit un support à l'aide de petits bâtonnets de bois que j'ai assemblés ensemble à l'aide d'une colle epoxy et j'ai fixé le support au flasque avec quelques gouttes de vernis General Electrics (voir figure 13).

Étalonnage Pour étalonner la sensibilité de la fibre avec la température, j'ai imposé diverses températures homogènes dans la cellule et j'ai regardé la valeur moyenne du signal obtenu. J'en ai déduit une pente locale dU/dT autour de chaque température moyenne (voir figure 14).

Dans la suite, on mesure toujours les fluctuations du signal en compensant la valeur moyenne par un pont d'inductance. C'est pourquoi, j'utiliserai seulement la valeur de la pente locale et non la loi empirique ajustée $T = f(U)$.

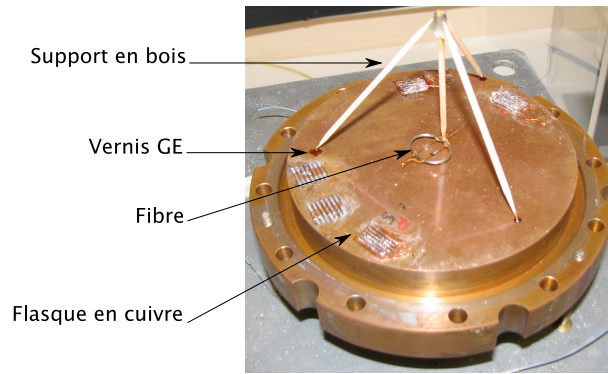


FIGURE 13 – Fil froid sur son support

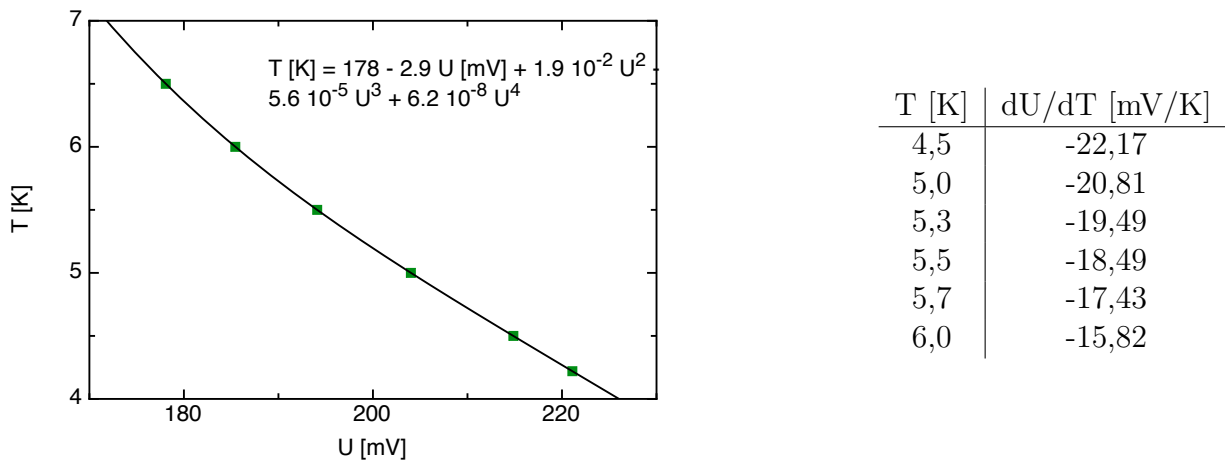


FIGURE 14 – Étalonnage du fil froid

3.4 Étude du transfert thermique

3.4.1 Régime en $Ra^{1/3}$

Ainsi que cela avait été fait pour les expériences précédentes, j'ai d'abord effectué plusieurs séries de mesure de transfert thermique à des densités relativement faibles (moins de 20 kg/m^3), ce qui permet d'atteindre des nombres de Rayleigh inférieurs à 10^{10} . Contrairement à ce qui a été observé précédemment à Grenoble, j'ai obtenu pour chaque densité, une loi en $Nu \sim Ra^{1/3}$ (qui apparaît comme un plateau dans la représentation compensée de la figure 15) alors que les expériences grenobloises et l'essentiel de celles rapportées dans la littérature faisaient plutôt état d'une loi en $Nu \sim Ra^{0.31}$ pour un rapport d'aspect 1/2 (points bleus sur la figure).

D'autres expérimentateurs rapportent avoir observé un régime en $Ra^{1/3}$, notamment dans l'eau ou dans l'air (par exemple à Ilmenau). Cependant, c'est une des premières fois que l'on observe ce régime avec une telle précision et sur un nombre aussi grand de décades.

On peut se demander pourquoi on observe un régime différent des autres expériences grenobloises. *A priori*, la seule différence significative entre les expériences est le rapport d'aspect². Une hypothèse est que, dans la cellule « Cigare », le confinement latéral pourrait être suffisamment important pour découpler les deux couches limites thermiques, ce qui se traduirait par le régime 1/3.

2. On peut remarquer également que le nombre de Prandtl ne commence à varier que pour des nombres de Rayleigh plus élevés.

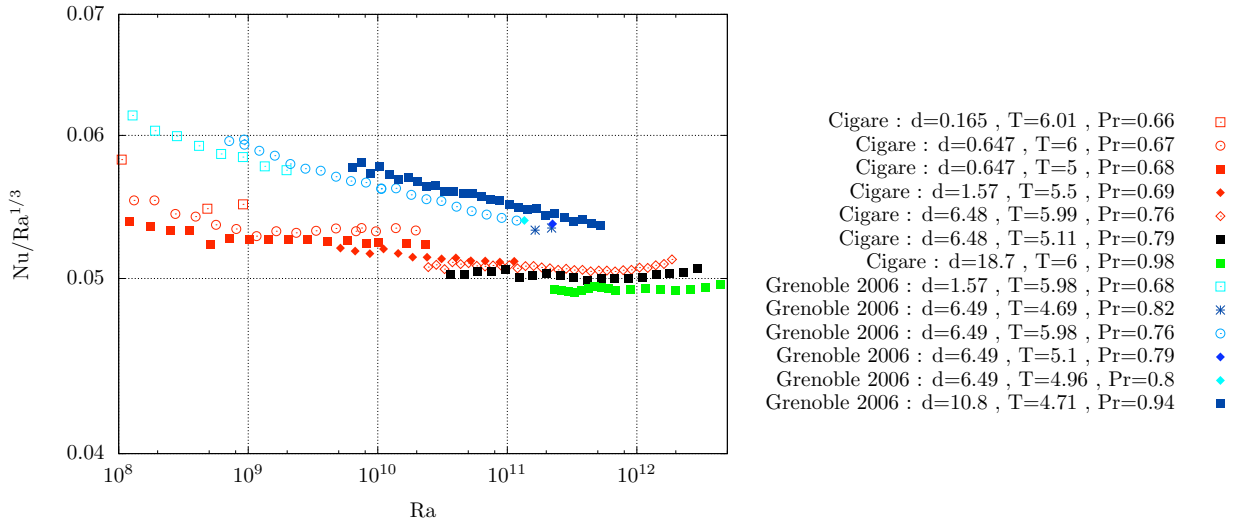


FIGURE 15 – Observation d’une loi d’échelle $Nu \sim Ra^{1/3}$ sur plus de 4 décades de nombres de Rayleigh avec l’expérience Cigare. Comparaison avec une expérience grenobloise précédente qui montre une loi en $Nu \sim Ra^{0.31}$

3.4.2 Transition vers le régime ultime

Comme dans les cellules précédentes (voir paragraphe 1.4.1 page 7), à partir d’un certain nombre de Rayleigh critique, la loi qui relie Ra et Nu change : la pente devient plus forte (voir figure 16), c’est-à-dire que l’on transite vers un régime où le transfert thermique est plus efficace. Cela a été interprété il y a une quinzaine d’années comme la signature d’une transition vers le régime ultime de convection prédit par Kraichnan.

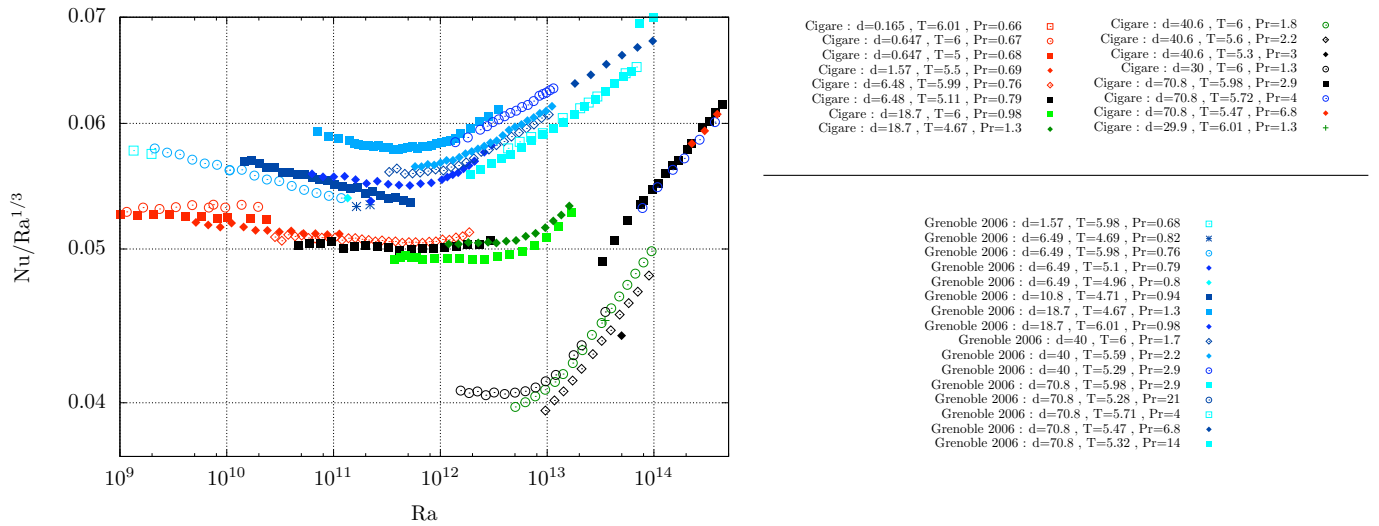


FIGURE 16 – Donnée de transfert thermique, compensée par $Ra^{1/3}$, pour l’expérience Cigare et pour une expérience grenobloise précédente de rapport d’aspect $1/2$

3.4.3 Régimes hydrodynamiques

En plus de la transition vers le régime ultime pour $Ra \approx 10^{13}$, on observe sur la figure 16 un décalage du Nu de l’ordre de 20 % pour une des séries à $Pr = 1,3$ et pour les séries

à $Pr > 1,8$. On interprète ce décalage par l'existence de plusieurs régimes hydrodynamiques (existence d'une structure à plusieurs rouleaux par exemple).

Cependant, la transition vers le régime ultime semble robuste : le Rayleigh de transition ne semble pas affecté par ces changements de régime hydrodynamique.

3.4.4 Conclusion

Comme on peut le voir sur la figure 16, le Rayleigh critique semble augmenté d'une décade par rapport aux mesures de référence. Cela est peut-être lié à la différence de rapport d'aspect. En revanche, on observe toujours la transition, même en dehors de la zone jaune tracée sur la figure 7. On peut donc en déduire que le Prandtl, à lui seul, ne peut pas expliquer les différences de comportement entre les expériences grenobloises et américaines. En effet, comme on peut le voir sur la figure 17, la zone de paramètres dans laquelle on observe une transition chevauche désormais la zone de paramètres dans laquelle on n'observe pas de transition.

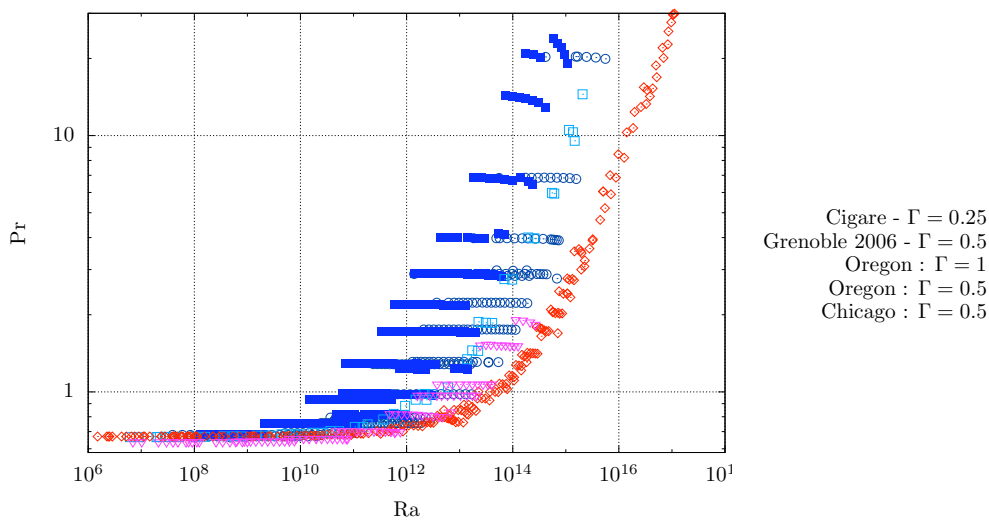


FIGURE 17 – Ensemble des points explorés dans l'espace Ra-Pr. En bleu, les expériences qui observent une transition (Grenoble et Oregon $\Gamma = 1$) ; en rouge, les expériences qui n'observent pas une transition (Oregon $\Gamma = 0,5$, Chicago $\Gamma = 0,5$).

3.5 Étude des fluctuations de température

3.5.1 Introduction

Comme expliqué dans les paragraphes 1.4.2 et 3.3.2, on cherche à mesurer la statistique des fluctuations de température pour y chercher une signature du régime obtenu après la transition et pour comparer le résultat obtenu avec les données d'Ilmenau exposées au paragraphe 2.1 et à celles de Chavanne et collaborateurs. L'enjeu essentiel est de confirmer ou infirmer la signature observée avec des capteurs plus de 10 fois plus gros.

Cependant, les fibres précédentes mises au point par Frédéric GAUTHIER présentaient un fort bruit en $1/f$. Avant toute mesure réelle, il convient donc de s'assurer que ce bruit n'est pas trop important par rapport aux signaux que l'on souhaite mesurer, et, le cas échéant, de voir s'il est possible de s'en affranchir.

3.5.2 Caractérisation du bruit en 1/f

Pour caractériser le bruit de la fibre, j'ai fait une acquisition de 8h du signal obtenu pour un ΔT très faible (\sim mK), à $T = 6$ K, $\rho = 18,7$ kg/m³.

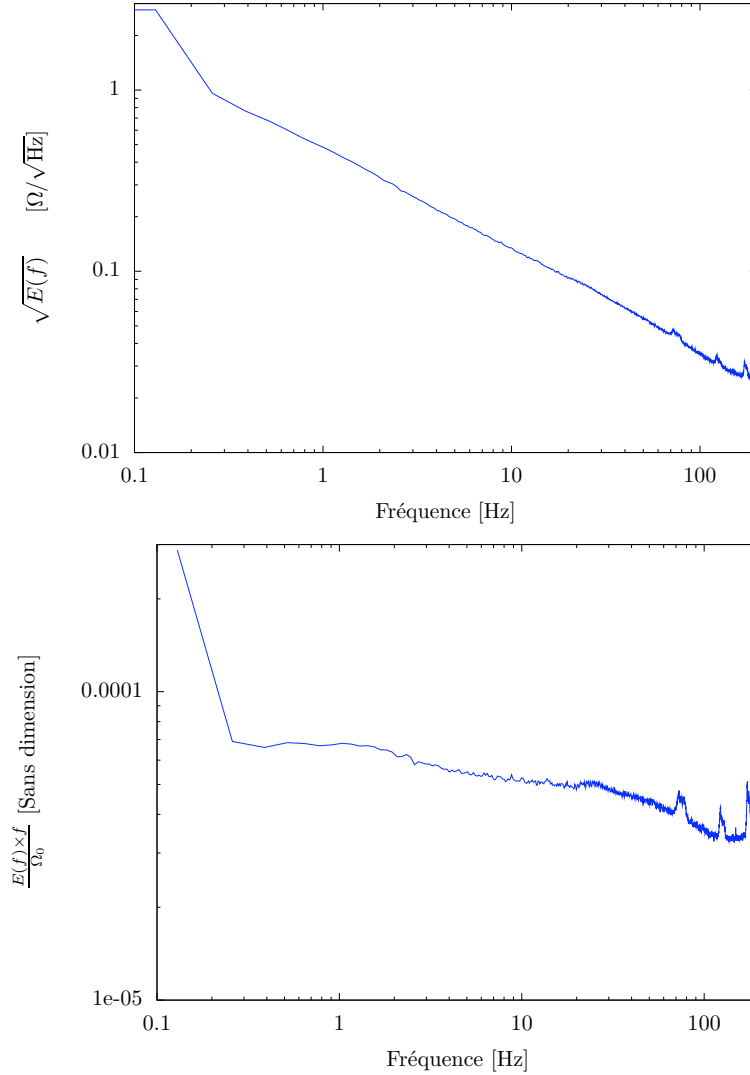


FIGURE 18 – Spectres brut et compensé du bruit de la fibre, $T = 6$ K, $\rho = 18,6$ kg/m³

Comme on peut le voir sur la figure 18, on peut modéliser le bruit de la fibre, au premier ordre, comme un bruit en 1/f, sur plus de deux décades et d'après la figure 19, il faut un ΔT assez grand pour que le signal se détache de ce bruit. Typiquement, il faut de l'ordre de $\Delta T \simeq 400$ mK pour que le signal soit de l'ordre d'une demi-décade au dessus du bruit.

3.5.3 Influence du bruit sur les calculs d'incrément

On peut voir sur la figure 20 que le bruit en 1/f tend à modifier « la pente » des incréments. Cependant, en supposant que le bruit et le signal sont décorrélés, on peut implémenter une méthode simple pour supprimer l'effet du bruit.

En effet, si $T_{\text{mes}}(t) = T(t) + b(t)$ où $b(t)$ est le bruit en 1/f de la fibre, alors :

$$\langle (T_{\text{mes}}(t + \tau) - T_{\text{mes}}(t))^2 \rangle = \langle (T(t + \tau) - T(t))^2 \rangle + \langle (b(t + \tau) - b(t))^2 \rangle$$

Il suffit donc de retrancher le moment d'ordre 2 du bruit (mesuré précisément après l'acquisition du bruit seul pendant 8 h) à celui du signal de fluctuation de température mesuré (voir résultat

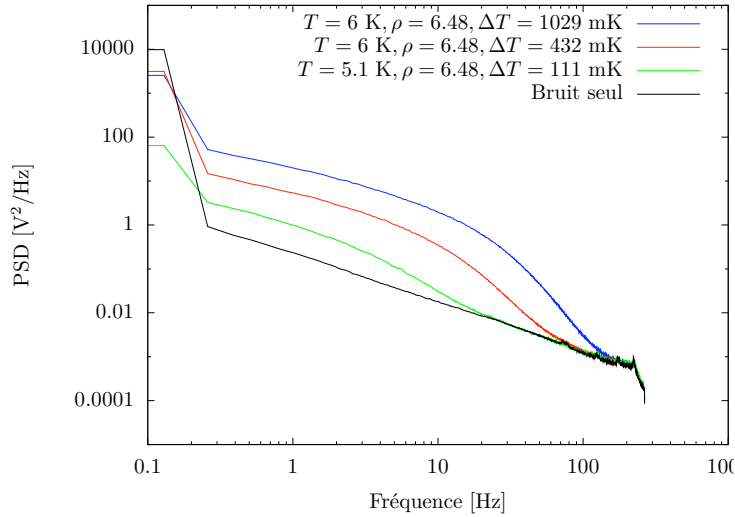


FIGURE 19 – Spectres de puissance de signaux obtenus pour différents ΔT

figure 20). Il a été vérifié que le bruit en $1/f$ est resté le même entre le début et la fin des expériences.

Pour tester cette hypothèse, on ajoute artificiellement du bruit sur un signal de fluctuation en sommant l'enregistrement de fluctuation et l'enregistrement du bruit seul : $T'(t) = T_{\text{mes}} + b'(t)$.

On peut alors corriger l'effet de l'ajout de ce bruit supplémentaire en doublant la correction, c'est-à-dire en retranchant $2 \langle \delta b^2 \rangle$ au moment d'ordre 2 du signal $T'(t)$.

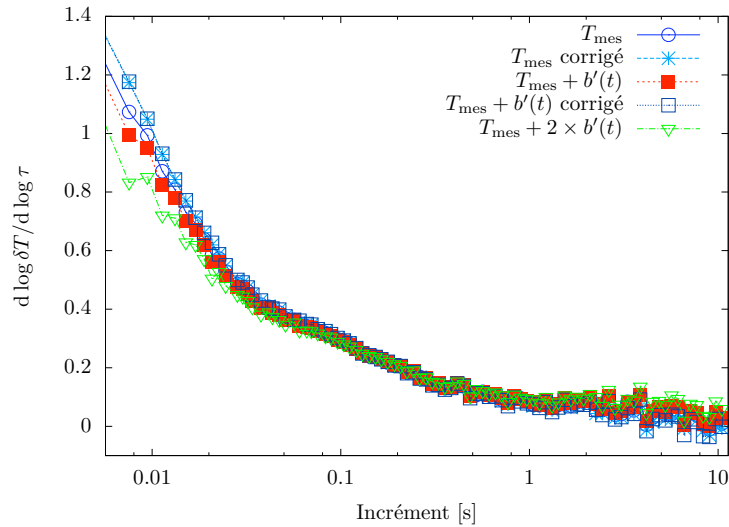


FIGURE 20 – Dérivée logarithmique des moments d'ordre deux, pour le signal brut T_{mes} avec et sans correction, pour le signal brut artificiellement surbruité $T_{\text{mes}} + b'(t)$ avec et sans correction

On constate sur la figure 20 que le signal artificiellement surbruité puis corrigé redonne la même courbe d'incrément que le signal brut corrigé. Cela montre que la correction permet effectivement de s'affranchir du bruit de la fibre. Cependant, lorsque le rapport signal sur bruit est très faible, on peut penser que cela affecte très défavorablement la dynamique du signal. Aussi dans la suite, on se limitera à des ΔT supérieurs à 200 mK.

3.5.4 Incréments de température

J'ai réalisé plusieurs acquisitions de série temporelle de fil froid, à différents Ra et Pr (voir figure 21). On peut remarquer, tout d'abord, que pour $Ra < 10^{12}$, l'allure des courbes obtenues est similaire à celle obtenue à Ilmenau.

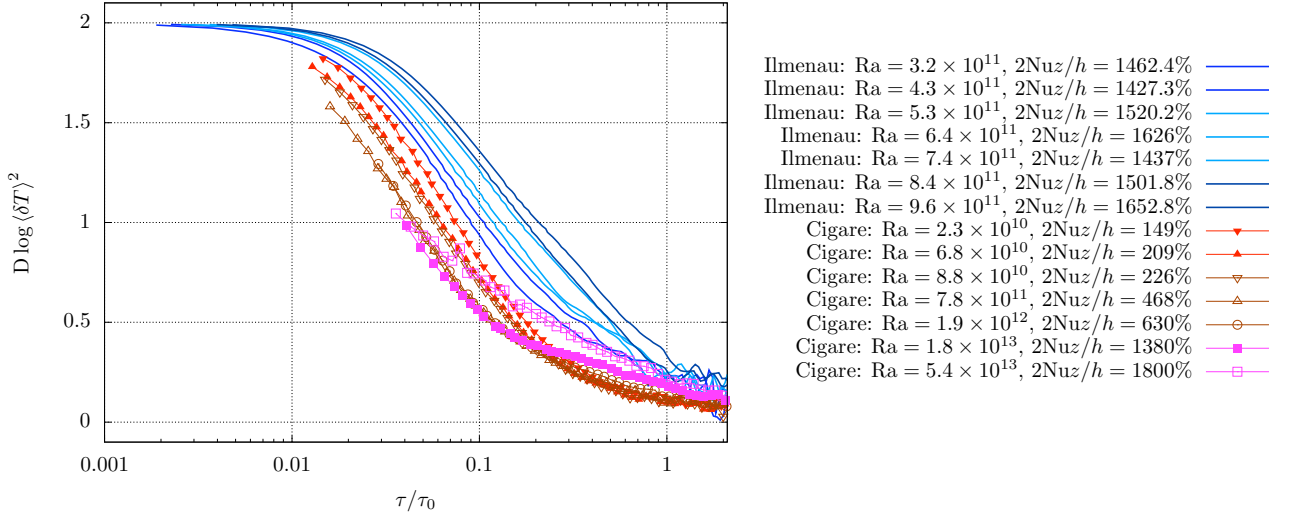


FIGURE 21 – Dérivée logarithmique de l'incrément de température $\langle \delta T^2 \rangle$ par rapport à l'incrément temporel τ , calculée à partir des données d'Ilmenau et à partir des séries temporelles acquises à Grenoble avec la fil froid dans la cellule Cigare

En revanche, pour les deux acquisitions telles que $Ra \gtrsim 10^{13}$, on observe que la courbe change d'allure, notamment pour τ/τ_0 entre 0,1 et 1, c'est-à-dire pour des échelles de temps de l'ordre du temps de diffusion dans la couche limite thermique. Ce changement d'allure se produit au même Rayleigh que le changement de pente dans le diagramme Rayleigh-Nusselt (voir figure 16), de façon similaire à ce qu'ont observé X. Chavanne et collaborateurs (voir figure 4).

On pourrait craindre que l'effet observé soit lié à l'éloignement relatif du capteur par rapport à la couche limite, qui croît avec le nombre de Rayleigh. Cependant, les données d'Ilmenau nous permettent de rejeter cette hypothèse. En effet, la figure 5 discutée au paragraphe 2.2 page 8, permet de montrer que l'allure de la courbe ne dépend plus de la distance au delà de $z \gtrsim 13 \times \frac{h}{2Nu}$. La grande différence que l'on peut voir sur la figure 21 entre la courbe $Ra = 1,8 \times 10^{13}$ et la courbe $Ra = 5,4 \times 10^{13}$ n'est donc pas liée à un effet de l'éloignement mais bien à un changement de régime dans la cellule. Par ailleurs, les mesures effectuées dans le cœur de l'écoulement (à mi-hauteur) dans le cadre de la thèse de F. GAUTHIER tendent à confirmer également ce résultat.

Contrairement à ce que pouvait laisser penser l'étude de Grossmann et Lohse (voir paragraphe 1.4.2 page 7), ce résultat montre clairement que le changement d'allure des statistiques temporelles au delà du Rayleigh de transition ne peut pas être interprété uniquement par un effet de taille de capteur.

4 Conclusion

Le but premier du stage était de répondre à deux questions : tout d'abord, est-ce que le seul effet du Prandtl permet d'expliquer la différence controversée de comportement entre différences expériences de convection thermique à très haut nombre de Rayleigh. On peut désormais affirmer que ce n'est pas le cas : on observe toujours la transition dans la cellule « Cigare » dans des conditions de (Ra, Pr) où d'autres expériences ne la voient pas.

Le deuxième objectif était la recherche d'une signature de la transition dans les séries temporelles, au voisinage de la couche limite, à la fois dans la cellule « Cigare » et dans les données d'Ilmenau. Ces données sont complémentaires car l'expérience « Cigare » permet une large excursion en nombre de Rayleigh, à distance fixée et le « Barrel of Ilmenau » permet une excursion plus faible en nombre de Rayleigh mais à distance variable. La combinaison des deux expériences permet de conclure positivement à l'existence d'une telle signature.

En plus des résultats scientifiques, ce stage m'a permis de découvrir des techniques, en cryogénie bien sûr, mais aussi en électronique, et en instrumentation.

A Remerciements

Je remercie Alain FONTAINE, directeur de l'Institut Néel et André SULPICE, directeur du département MCBT pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire.

Je tiens à remercier Philippe-Emmanuel ROCHE qui m'a accueilli pendant ce stage, toujours disponible, intéressant et dynamique ; les ingénieurs et les techniciens, sans qui rien ne serait possible, G. GARDE, P. CHANTHIB qui ont aidé à la conception, usiné, assemblé et testé les pièces dont j'avais besoin en urgence ; mais aussi ceux qui sont toujours aimablement disponibles pour rendre service ou prodiguer des conseils, P. BROSSE, L. GERMANI, A. GERARDIN, M. GROLLIER, C. GUTTIN, H. RODENAS ; mais aussi les autres étudiants et chercheurs de l'équipe qui contribuent à l'ambiance agréable dans la laboratoire, F. GAUTHIER, E. THIERY, P. DIRIBARNE, B. CHABAUD, B. HEBRAL.

Je remercie aussi l'équipe d'Ilmenau, notamment R. DU PUIITS, qui nous a accueillis pendant une semaine et a partagé ses données avec nous ; ainsi que l'équipe du service basse température du CEA, notamment B. ROUSSET, avec laquelle j'ai également eu l'occasion de travailler pendant le stage.

B Bibliographie

- O. BOURGEOIS, E. ANDRÉ, C. MACOVEI, and J. CHAUSSY. Liquid nitrogen to room-temperature thermometry using niobium nitride thin films. *Review of Scientific Instruments*, 77 :126108, 2006.
- X. CHAVANNE, F. CHILLÀ, B. CASTAING, B. HÉBRAL, B. CHABAUD, and J. CHAUSSY. Observation of the ultimate regime in rayleigh-bénard convection. *Phys. Rev. Lett.*, 79(19) : 3648–3651, 1997.
- X. CHAVANNE, F. CHILLÀ, B. CHABAUD, B. CASTAING, and B. HÉBRAL. Turbulent rayleigh-bénard convection in gaseous and liquid he. *Physics of Fluids*, 13(5), May 2001.
- R. DU PUIITS, C. RESAGK, A. TILGNER, F. BUSSE, and A. THESS. Structure of thermal boundary layers in turbulent rayleigh-bénard convection. *J. Fluid Mech.*, 572 :231–254, 2007.
- F. GAUTHIER. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, *En cours de rédaction*.
- S. GROSSMANN and D. LOHSE. Characteristic scales in rayleigh-bénard turbulence. *Physics Letters A*, 173 :58–62, 1993.
- R. KRAICHNAN. Turbulent thermal convection at arbitrary prandtl number. *Physics of Fluids*, 5 :1374–1389, 1962.
- I. PROCACCIA, E. CHING, P. CONSTANTIN, L. KADANOFF, A. LIBCHABER, and X.-Z. WU. Transitions in convective turbulence : The role of thermal plumes. *Physical Review A*, 44 (12), 1991.