

ÉLECTROMAGNÉTISME

I. Généralités

- Équation locale de conservation de la charge : $\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- Force de LORENTZ : $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$
- $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$
- $\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$
- Condition de jauge de LORENTZ : $\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$

II. Équations de MAXWELL

1. Dans le vide :

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

2. Dans les milieux matériels :

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{D} &= \rho_l \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{j}_l + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

III. Propriétés

- Équations d'onde : $\begin{cases} \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \text{grad } \rho + \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \\ \Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \text{rot } \vec{j} \end{cases}$
- Équation de Poisson des potentiels : $\begin{cases} \Delta V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \\ \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \mu_0 \vec{j} = \vec{0} \end{cases}$

- Solutions des équations de Poisson en présence de sources :

$$\begin{aligned} V(\mathbf{M}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V)} \frac{\rho(\mathbf{P}, t - \frac{PM}{c})}{PM} d\tau \\ \vec{A}(\mathbf{M}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{(V)} \frac{\vec{j}(\mathbf{P}, t - \frac{PM}{c})}{PM} d\tau \end{aligned}$$

- Densité de puissance cédée à la matière : $\frac{dP}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}$
- Puissance rayonnée à travers dS : $dP_r = \vec{R} \cdot d\vec{S}$
- Équation locale de conservation de l'énergie : $\text{div } \vec{R} + \frac{\partial u}{\partial t} + \vec{j} \cdot \vec{E} = 0$
- $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$
- $u = \epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$