Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Vincent Tejedor

Date de l'Épreuve : 14/07/2004

École : Mines-Ponts	Equipe 10
Durée de préparation : 15 Durée de passage : 1 heure	

Sujet :

I. $R_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$

Montrer que $R_n = (-1)^n \displaystyle\int_0^1 \frac{t^n}{1+t}dt$

Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} R_n$

Est-ce que la série de terme général $|R_n|$ converge ?

Donner un équivalent de $|R_n|$ en $+\infty$

II. Soit u : $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

Montrer qu'il existe un plan stable par u

Solution proposée par le candidat :

I. D'abord montrer que $\displaystyle\sum_{n\geq 0} R_n$ converge.

Ensuite partir de l'intégrale et appliquer la méthode d'intégration terme à terme avec les séries (développer $\dfrac{1}{1+t}$)

Pour le calcul de la somme, partir de $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(1+t)^2}dt$ et appliquer la méthode des séries

Minorer $|R_n|$ par $\frac{1}{2*(n+1)}$ en utilisant l'intégrale

$\dfrac{1}{2(n+1)} \leq |R_n| \leq \dfrac{1}{n+1}$, on cherche α tel que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{\alpha} * R_n = 1$

II. En dimension 3, u admet au moins une valeur propre λ

u commute avec $u - \lambda * Id_{\mathbb{R}^3}$, donc noyau et image $u - \lambda * Id_{\mathbb{R}^3}$ de sont stables par u

Etudier alors les trois cas possibles en fonction de dim $Ker(u - \lambda * Id_{\mathbb{R}^3})$

Commentaires :

Attention dans l'exercice 2, la méthode avec le vecteur propre de ${}^t u$ ne convient pas, car aucun produit scalaire n'est défini

Note : 17/20