Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Pierre-Thomas Brun

Date de l'épreuve : 08/07/2004

École : Mines					
Durée de préparation :	10 min	Durée de passage :	50 min	Équipe :	12

Sujet :

Ex 1 $M = \begin{pmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{pmatrix}$

Montrer que $M \in SO_3(\mathbb{R}) \Leftrightarrow \exists k \in \left[0, \frac{4}{27}\right]$ tel que a, b, c trois racines de $X^3 - X^2 + k$

Ex 2 Soit $\alpha \in \mathbb{R}^*$ et f 2π-périodique , $\forall t \in [-\pi, \pi[, f(t) = e^{\alpha t}$

Calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\alpha^2 + n^2}$

Indications données par l'examinateur : aucune

Solution utilisée :

Ex 1 $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ a + b + c = 1 \\ \dots \end{cases}$

$\|\vec{C}_1\| = \|\vec{C}_2\| = \|\vec{C}_3\| = 1$
$<\vec{C}_1|\vec{C}_2> = 0$
$<\vec{C}_1|\vec{C}_3> = 0$
$\vec{C}_1 \wedge \vec{C}_2 = \vec{C}_3$

Établir le système
Ensuite : $P(X) = X^3 - X^2 + k = (X - a)(X - b)(X - c)$ donne le même système
$P'(X) = 3X^2 - 2X = 0 \Rightarrow X \in \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$
$\begin{cases} P(0) = +k \\ P\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-4}{27} + k \end{cases} \Rightarrow k \in \left[0; \frac{4}{27}\right]$ pour avoir trois racines réelles

Ex 2 Calculer les coefficients de Fourier puis Dirichlet ... se placer en $t = \pi$
Calcul de la régularisée
Question subsidiaire : $\lim\limits_{\alpha \to 0}$

Question de cours éventuelle :

Intégration et exemples.