Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Fanny Henriet

Date de l'épreuve : 10/07/2004

École : ENS (U/L)	
Durée de préparation : 0	Durée de passage : 1 h

Sujet :

$a_k \geq 0, \displaystyle\sum_{k=n}^{+\infty} a_k \leq c a_n$

$c > 1$, $a_0 = 1$

Majorer a_n.

Montrer que c'est la majoration la plus fine possible.

Solution utilisée :

$c a_n \geq \displaystyle\sum_{k=n}^{+\infty} a_k \geq a_n + a_{n+1}$

$\Rightarrow (c-1)a_n \geq a_{n+1}$

$\Rightarrow a_{n+1} \leq (c-1)^{n+1}$

puis $c a_n \geq \displaystyle\sum_{k=n}^{+\infty} a_k \geq a_n + a_{n+1} + a_{n+2} \geq a_n + a_{n+2}\left(1 + \frac{1}{c-1}\right)$

$\dfrac{(c-1)^2}{c} a_n \geq a_{n+2}$ puis récurrence : $a_{n+k} \leq \dfrac{(c-1)^k}{c^{k-1}} a_n$

$\Rightarrow a_n \leq \dfrac{(c-1)^n}{c^{n-1}}$

puis montrer que la série géométrique de raison $\frac{c-1}{c}$ ne convient pas...