Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Vincent LAURENT

Date de l'épreuve : 29/06/2004

École : Centrale	
Durée de préparation : 30 min	Durée de passage : 30 min

Sujet :

I. Calculer le déterminant de la matrice définie par $c_{ij} = |i - j|$

II. $<P|Q> = \int_0^1 \frac{PQ}{\sqrt{t(1-t)}} dt$

- produit scalaire ?
- on suppose qu'il existe une BON de P_n de degré n. Montrer que tout polynôme de degré inférieur à n-1 est orthogonal à P_n
- on suppose $\exists \alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, P_n(\alpha) = 0$
  Montrer $P_n = T \times P$ avec T polynôme irréductible unitaire et P polynôme de degré inférieur ou égal à n-2.
- Montrer que P_n n'admet que des racines simples

Solution utilisée :

I. Allure de la matrice :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ 1 & 0 & & & \\ \vdots & 1 & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & \ddots & \\ n-1 & n-2 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\begin{cases} C_1 \to C_2 - C_1 \\ C_2 \to C_3 - C_2 \\ \vdots \\ C_{n-1} \to C_n - C_{n-1} \end{cases}$
- On ajoute la première ligne à toutes les autres
  det $= (-2)^{n-2}$ (ou quelque chose dans ce genre)

II.
- définition
- $<P_n | \sum \alpha_k P_k> = 0$
- $P_n = \left(X^2 - \Re(\alpha)X + \|\alpha\|^2\right)$
- j'ai pas réussi