Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Pierre-Thomas Brun

Date de l'épreuve : 24/06/2004

École : Centrale					
Durée de préparation :	30 min	Durée de passage :	30 min	Examinateur :	Lionel Girard

Sujet :

Soit f 2π périodique et telle que $f(t) = t$ sur $]0;2\pi[$.
On prendra la valeur $f(0)$ adaptée.

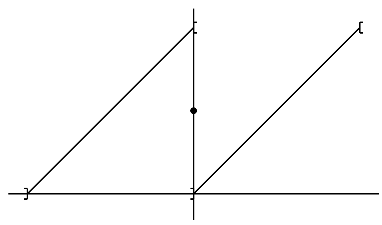
1. Calculer $a_n(f)$ et $b_n(f)$
   Convergence de la série de Fourier notée S_n
2. Calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\vartheta)}{n}$
3. À l'aide du logiciel de calcul formel de votre choix, écrire une procédure qui permette de calculer S_1, S_2, S_{20}, S_{50} et S_{100}. Que remarque-t-on ?
4. On note $S_n = \pi - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{2\sin(k\vartheta)}{k}$
   Montrer qu'il existe un α_n pour lequel S_n admet un extrémum relatif que l'on note $\mathcal{M}_n$ et calculer la limite de $\mathcal{M}_n$ en $+\infty$

Indications données par l'examinateur :

Attention aux indices : les fonctions sont « presque » impaires.
Encadrer avec une intégrale.

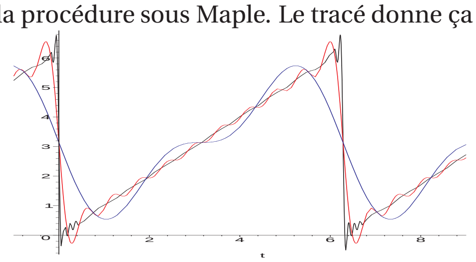
Solution utilisée :

$f(0) = \pi$
$\forall n \in \mathbb{N}^*, a_n(f) = 0$
$a_0(f) = 2\pi$
$b_n(f) = -\frac{2}{n}$



On définit la régularisée de f par : $t \mapsto \begin{cases} t - 2p\pi \text{ si } t \in]2p\pi; 2(p+1)\pi[\\ \pi \text{ si } t = 2p\pi \end{cases}$

Convergence à l'aide de Dirichlet.
Calcul de la somme à l'aide de la série de Fourier.
J'ai écrit la procédure sous Maple. Le tracé donne ça :



Ça porte le nom d'un mathématicien mais je ne sais plus lequel. Je fais remarquer que la suite de l'exo est l'étude de la partie du graphique au voisinage de $2p\pi$. Ensuite, je fais une dérivée et justifie l'existence de α_n.

Commentaires :

Exo simple au départ mais j'ai fait des erreurs de calcul, puis dur et j'ai essayé de montrer que j'avais compris. Mais l'examinateur était très vigilant et a relevé toutes les erreurs.