

**Sujet :**

$$F(x) = \int_x^{+\infty} \frac{\sin t}{t^2} dt$$

1. Montrer que  $F : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$
2. Montrer que  $F(x) \underset{+\infty}{=} \frac{\cos x}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$
3. Montrer que  $F(x) \underset{0}{\sim} -\ln x$
4. Montrer que  $F$  ne s'annule qu'une seule fois sur  $]0, \pi]$  en  $r$
5. Calculer  $r$  à l'aide de Maple (valeur approchée)

**Indication donnée par l'examineur :**

$$F(x) = \int_x^1 + \underbrace{\int_1^{+\infty}}_{=\text{cste}}$$

**Solution utilisée :**

1. IPP
2.  $-\ln x = \int_x^1 \frac{dt}{t}$  + différence avec équivalent supposé
3. strictement décroissante