

Sujet :

Exercice 1 : 1. Soit $g(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$
Montrer que $g(x)$ admet une limite en $+\infty$

2. Soit $f :]-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{|x|}$

- a. Représentation graphique de f sur $]-3\pi, 3\pi]$
b. Étudier la convergence de la série de FOURIER de f

3. Montrer que $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n = 0$

Exercice 2 : Étude de la suite $u_n = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n^2}\right)$

Indication donnée par l'examinateur : Trouver un équivalent de a_n .

Solution du candidat :

Exercice 1 : 1. Cours (IPP)

2. Attention la fonction n'est pas $\mathcal{C}_{pm}^1 \Rightarrow$ ~~DIRECT~~

Recherche de l'équivalent par IPP puis théorème de convergence uniforme pour la série de FOURIER (hors-programme j'ai dû le redémontrer : Parseval \Rightarrow convergence au sens de la norme 2 + unicité de la limite)

3. $x = 0$

Exercice 2 : prendre le log puis Taylor-Lagrange

Note : 20/20