

Sujet :

1. Étudier la suite $v_n = \prod_{k=2}^n \frac{\sqrt{k}-1}{\sqrt{k}+1}$

2. $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}, (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}, \sum_{n \geq 0} a_n$ ACV, $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| \leq \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$

a. Montrer que $\exists N \in \mathbb{N}, \exists k > 0, \forall n \geq N, |u_n| < k|a_n|$ Que dire sur $\sum |u_n|$?b. Soit $w_n, \left| \frac{w_{n+1}}{w_n} \right| = 1 - \frac{\beta}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$. Que dire de $\sum |w_n|$? ($\beta > 1$)c. Que dire de $\sum v_n^r$ avec $r > 0$ **Solution utilisée :**

1. Utiliser le ln + DL

2. a. facile

b. $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ avec séries de RIEMANN

c. Utiliser ce qui a été montré avant

Commentaires du candidat :

J'ai pataugé (mauvaise méthode prise au 2b), l'examineur m'a tendu des perches que j'ai peiné à saisir...

Question de cours éventuelle :

Un petit aparté sur la démo du critère de D'ALEMBERT pour les séries numériques (rien de méchant)