

**Sujet :**

$$g(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(xt)}{e^x - 1} dx$$

1. Domaine de définition
2.  $\mathcal{C}^0$  ?
3.  $\mathcal{C}^\infty$  et  $g^{(k)}(t)$
4.  $g(1)$  exprimée en fonction d'une série
5. Maple : approximer  $g(1)$
6. Équivalent de  $R_n$

**Solution utilisée :**

1.  $\mathbb{R}$
2. Leibnitz (avec  $[-a, a] \subset \mathbb{R}$ )
3.  $g^{(k)}(t) = \int_0^{+\infty} \frac{x^k \sin(xt + k\frac{\pi}{2})}{e^x - 1} dx$
4.  $g(1) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{e^x - 1} dx$ 
  - suite géométrique
  - $g(1) = \sum \frac{1}{k^2+1}$
5. ? (j'ai oublié)
6. encadrement avec intégrale

**Commentaire :**

Yann KRYSINSKI me précise que l'on pouvait dériver  $2 \times g(t)$  et obtenir une équation-diff. . .