Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Vincent TEJEDOR

Date de l'Épreuve : 24/06/2004

École : Centrale-Supelec			
Durée de préparation :	30 min	Durée de passage :	30 min

Sujet :

Exercice 1. Soit D la droite définie par $\begin{cases} P : & x+y+z=1 \\ Q : & x-y=0 \end{cases}$
Quelle est la distance entre D et l'axe O_z

Exercice 2. Soit E un espace vectoriel normé, e un base orthonormée de E et $(u,v) \in \mathscr{L}(E)^2$
Montrer que $\exists \alpha \in \mathbb{R}$ / $\forall$ $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in E^n$, $\sum_{i=1}^{n} \det_e(x_1, \ldots, x_{i-1}, u(x_i), x_{i+1}, \ldots, x_n) \ = \ \alpha \det_e(x_1, \ldots, x_n)$
En déduire que $\exists \beta \in \mathbb{R}$ / $\forall$ $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in E^n$, $\sum_{i \neq j} \det_e(x_1, \ldots, x_{i-1}), u(x_i), x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, v(x_j), u_{j+1}, \ldots, x_n)$

Indications données par l'examinateur :

Je partais sur les cas $(x_1, \ldots, x_n)$ liée ou libre, et il m'a proposé de raisonner sur la dimension de l'espace des applications n-linéaires alternées

Solutions utilisées :

Exercice 1. $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in D \bigcap O_z$. Du coup l'examinateur a modifié Q : x-y = 2. Il m'a demandé de redémontrer l'existence de $\min\limits_{N \in D, M \in O_z} \|\overrightarrow{MN}\|$ (considérer la continuité de $\phi : M \mapsto d(M, O_z)$ sur un compact bien choisi)

Exercice 2. L'application $\varphi_u : (x_1, \ldots, x_n) \mapsto \sum_{i=1}^{n} \det_e(x_1, \ldots, x_{i-1}, u(x_i), x_{i+1}, \ldots, x_n)$ est une forme n-linéaire alternée. ($\alpha = \mathrm{T}r(u)$)
$\sum_{j=1, j\neq i}^{n} \det_e(x_1, \ldots, x_{i-1}, u(x_i), x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, v(x_j), u_{j+1}, \ldots, x_n) = \varphi_v(x_1, \ldots, u(x_i), \ldots, x_n) - \det_e(x_1, \ldots, v \circ u(x_i), \ldots, x_n)$
D'où $\beta = \mathrm{T}r(u) * \mathrm{T}r(v) - \mathrm{T}r(u \circ v)$

Commentaires du candidat :

Examinateur pas très sympa. Même si les exercices sont simples, il est très mal vu de demander un exercice supplémentaire...

Note : 18/20