

École : Centrale

Durée de préparation : 30 min Durée de passage : 30 min

Sujet :

- I. On donne une matrice 3x3 (je ne m'en souviens plus)
 Trouver l'endomorphisme associé (c'était une rotation).
 (sans intérêt mais long)

$$\text{II. } \begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix}^4 = \begin{pmatrix} 54 & -27 & 54 \\ -27 & 54 & 54 \\ -27 & 54 & -27 \end{pmatrix} = B$$

Trouver a et b Obtient-on toutes les solutions M de l'équation : $M^4 = B$?**Solution utilisée par la candidate :** $M^4 = B \Rightarrow MB = BM$ et B et M diagonalisablesd'où M et B diagonalisables dans la même BON

$$\begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix} = (a-b)I_3 + b \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

On diagonalise et on obtient D et $D^4 = D'$ (avec D' la matrice diagonalisée de B dans la même BON que D pour M)On en déduit a et b .

Je n'ai pas eu le temps de faire la dernière question (contre-exemple)