Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Vincent STEFANI

Date de l'épreuve : 30/06/2004

École : Centrale (Maths 1)	
Durée de préparation : 30 min	Durée de passage : 30 min

Sujet :

1. À l'aide de $(X+1)^n - 1$, déterminer $\prod_{k=1}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n}$
2. $u \in \mathscr{S}_n^{++}(E)$
   a. Montrer que $\forall (x,y) \in E^2, <u(x),x><u^{-1}(y),y> \geq <x,y>^2$
   b. Déterminer $\inf_{x \in E / \|x\|^2=1} <u(x),x><u^{-1}(x),x>$
   c. Déterminer $\mathscr{M}_y(u) = \left\{\inf <u(x),x>, x \in E, <x,y> = 1\right\}$
   d. $u, v \in \mathscr{S}_n^{++}(E)$
      - Montrer $u+v \in \mathscr{S}_n^{++}(E)$
      - $\mathscr{M}_y(u+v) \geq \mathscr{M}_y(u) + \mathscr{M}_y(v)$

Indications données par l'examinateur :

1. Rien
2. a. Utiliser CAUCHY-SCHWARZ (choix du « x » et du « y » et c.)

Solution utilisée :

1. - Chercher les racines de P → factoriser
   - Utiliser exp pour sin
   - ⚠somme de $k=0$ à $n-1 \to P(0)=0$
     Il faut prendre $Q(X) = \frac{P(X)}{X}$ à déterminer par binôme de NEWTON sur P et calculer
   - Arranger, ça marche…
2. - Utiliser une BON, tout écrire puis ICS avec $x' = \begin{pmatrix} \frac{x_1}{\lambda_1} \\ \vdots \\ \frac{x_n}{\lambda_n} \end{pmatrix}$ et $y' = \begin{pmatrix} \lambda_1 y_1 \\ \vdots \\ \lambda_n y_n \end{pmatrix}$
   - Utiliser $\overrightarrow{\text{vp}}$

Pas facile facile… examinateur cependant assez bienveillant. Pas de question de cours.