Compte rendu d'oral : PC*

Nom du candidat : Julien Salort

Date de l'épreuve : 09/07/2004

École : Centrale					
Durée de préparation :	30 min	Durée de passage :	30 min	Examinateur :	Thebaut

Sujet :

$f_n : t \mapsto t^{2n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right) t^{2n} - \left(1+\frac{1}{n}\right) t + 1$

1. Montrer que f_n admet au plus trois racines

2. Montrer que f_n admet une racine r_n entre $1+\frac{1}{n}$ et $1+\frac{2}{n}$
   Montrer que $\frac{1}{r_n}$ est aussi racine. Calculer $f(-1)$. Conclure.

3. On note $r_n = 1+\frac{\vartheta_n}{n}$. On pose $u_n = \frac{\vartheta_n - 1}{\vartheta_n + 1} e^{2\vartheta_n}$
   Montrer que la limite de (u_n) est 1.

4. On pose $\varphi(u) = \frac{u-1}{u+1} e^{2u}$. Montrer qu'il existe un unique l dans $]1, 2[$ tel que $\varphi(l) = 1$.
   Montrer que ϑ_n tend vers l.
   Évaluer l à 10^{-8} près.

Solution et commentaire :

Exercice simple (on n'utilise que le programme de sup) mais j'ai été assez pataud. Pour l'évaluation de la valeur approchée de l, il faut seulement le faire avec Maple :

```
fsolve(((u-1)/(u+1))*exp(2*u),u=1..2);
```

L'examinateur a insisté sur `fsolve` et non `evalf(solve(...))` et sur l'utilité de préciser l'intervalle dans lequel on cherche les solutions.