

**Sujet :**

1. avec préparation :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall k \in [1, n], u_{n,k} = \sin \frac{k}{n} \sin \frac{k}{n^2}$

a. Montrer que  $\forall x \in [0, 1], x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$

b. En déduire, si elle existe,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \sin \frac{k}{n} \sin \frac{k}{n^2}$

2. sans préparation :  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $A^n$

**Indications données par l'examineur :**

Après que mes méthodes n'ont rien donné :

- garder  $\sin \frac{k}{n}$
- diagonaliser A

**Solution utilisée :**

1. a. Taylor

b. • Encadrer  $\sin \frac{k}{n^2}$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \sin \frac{k}{n} = \int_0^1 x \sin x dx$$

2. Diagonaliser

**Commentaires du candidat :**

Il y avait une erreur d'énoncé et le prof était content que je le remarque.