
**Étude d'un écoulement d'eau
turbulent par déflexion d'un
microlevier**

Résumé — Le but est d'étudier un écoulement d'eau turbulent. La technique classique du film chaud n'est pas très efficace dans ce milieu car il est difficile d'imposer une température trop importante à l'eau. De plus, les gaz dissous conduisent à la formation de bulles qui perturbent les mesures. La technique d'anémométrie par mesure de la déviation d'un microlevier doit permettre des mesures beaucoup plus précises dans ce milieu. J'ai tout d'abord travaillé dans l'air pour me familiariser avec le détecteur puis dans l'eau mais ce milieu pose malgré tout de nombreux problèmes expérimentaux. J'ai néanmoins pu constater que la technique de déviation d'un microlevier donnait de meilleurs résultats que le film chaud.

Mot-clés — Hydrodynamique, Anémométrie, Turbulence,
Laser-Cantilever-Anemometer

Carl von Ossietzky Universität Oldenburg
26111 Oldenburg
Deutschland

<http://www.uni-oldenburg.de>

Maîtres de stage : Joachim PEINKE, Michael HÖLLING, Stephan BARTH

23 juillet 2005

Remerciements

Merci à tous les membres du groupe de Joachim PEINKE, notamment Michael HÖLING et Stephan BARTH qui m'ont très chaleureusement accueilli.

Merci à Vincent TEJEDOR¹ et Pierre GRÉCIAS² pour leurs pistes sur la chimie du chrome.

Table des matières

1	Introduction	4
1.1	Principe de l'anémométrie par déflexion d'un microlevier	4
1.2	Utilisation du détecteur	5
2	Mesures préliminaires dans l'air	5
2.1	Montage sur table d'optique	5
2.2	Comparaison dans l'air avec le fil chaud	6
2.3	Étude de l'écoulement de l'air autour d'un cylindre	7
2.4	Statistique d'un écoulement turbulent réalisé avec le LCA	8
3	Mesures dans l'eau	8
3.1	Problèmes liés au montage	8
3.2	Alignement des composants	10
3.3	Étalonnage du LCA dans l'eau	10
3.4	Calcul du nombre de Strouhal dans l'eau	13
3.5	Étude de l'écoulement dans le réservoir	14
3.6	Comparaison avec le film chaud	15
	Bibliographie	17

¹Élève de l'École Normale Supérieure de Paris

²Professeur de la chaire supérieure de chimie

Table des figures

1	Photo d'un microlevier de 60x20 microns	4
2	Schéma du microlevier	4
3	Figure de diffraction du microlevier	5
4	Montage simple sur table d'optique	6
5	Fonction de calibration du montage simple dans l'air	6
6	Comparaison du spectre de puissance d'un écoulement turbulent obtenu par le LCA et par le fil chaud dans l'air	7
7	Photo de l'écoulement autour d'un cylindre obtenu par un fil chaud recouvert d'huile (Diploma Thesis, Stephan Barth, Oldenburg Universität) . . .	8
8	Fonction d'autocorrélation du signal du LCA obtenu à 1,5 cm d'un cylindre de 3,7 mm de diamètre dans l'air	9
9	Fonction de calibration du LCA obtenue dans l'air par calcul de fréquence (hypothèse nombre de Strouhal constant)	9
10	Fonctions de densité de probabilité de l'incrément de vitesse $\delta u = u(x + r) - u(x)$ dans l'air ($Re = 8500$) obtenues avec le LCA	10
11	LCA tout-en-un et submersible (photos de Stephan Barth)	10
12	Étalonnage du détecteur dans l'eau	11
13	Fonction de calibration du LCA dans l'eau	11
14	Évolution de la fonction de calibration du LCA dans l'eau	12
15	Observation du microlevier au microscope optique	13
16	Observation du microlevier endommagé au microscope électronique à balayage	13
17	Photo du cylindre dans l'eau	14
18	Fonction d'autocorrélation du signal obtenu dans l'eau après un cylindre de diamètre 1,4 mm (LCA)	14
19	Spectre de puissance de la série temporelle enregistrée à 3 mm de la buse avec ou sans fil d'acier	15
20	Spectre de puissance à différentes distances de la buse	15
21	Fonction de densité de probabilité de l'incrément de vitesse $\delta u = u(x + r) - u(x)$ dans l'eau	16
22	Spectre de puissance obtenu dans l'eau avec le LCA et avec le film chaud .	16

1 Introduction

1.1 Principe de l'anémométrie par déflexion d'un microlevier

L'outil principal du stage est un nouveau type d'anémomètre appelé le *Laser-Cantilever-Anemometer* (LCA) mis au point par Stephan BARTH (voir [1]). Il s'agit d'un microlevier en silicone rendu réfléchissant par évaporation de chrome ou d'aluminium qui se courbe sous l'effet de l'écoulement incident. On illumine ce microlevier avec un laser et on mesure le déplacement du faisceau laser réfléchi à l'aide d'une cellule PSD (*position sensitive detector*).

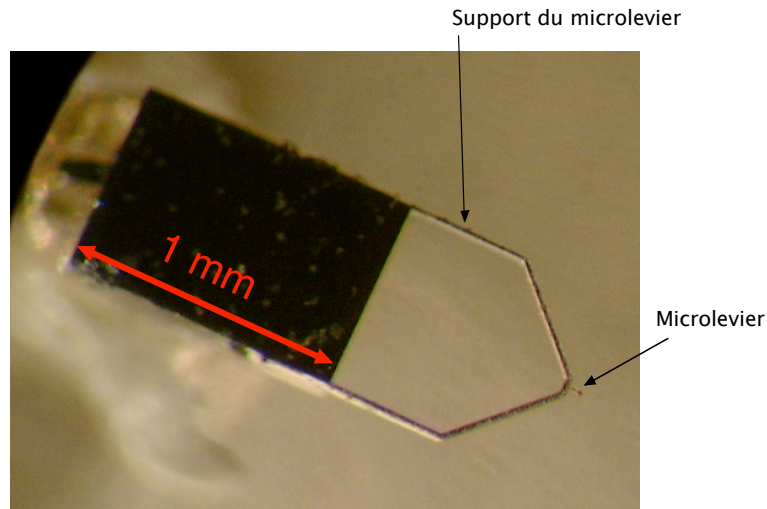


FIG. 1 – Photo d'un microlevier de 60x20 microns

On note l la hauteur et w la largeur du microlevier. De même que pour les microscopes à force atomique, le déplacement de la pointe du microlevier, s (voir figure 2), est proportionnel à la traînée F du fluide donnée par :

$$F = \frac{1}{2} \times \rho \times c_d \times l \times w \times v^2 \quad (1)$$

On suppose que le coefficient de traînée c_d est indépendant du nombre de Reynolds car les dimensions du microlevier sont très faibles et ses bords pointus. Par conséquent :

$$s \propto v^2 \quad (2)$$

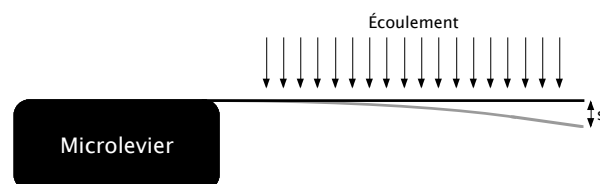


FIG. 2 – Schéma du microlevier

1.2 Utilisation du détecteur

Avant de pouvoir faire des mesures dans le fluide, il faut aligner tous les composants du détecteur puis calibrer le signal. Il convient de focaliser le faisceau laser sur la pointe du microlevier, ce que l'on peut vérifier par la figure de diffraction (voir figure 3) puis de s'assurer que le spot réfléchi se trouve bien sur la cellule PSD.



FIG. 3 – Figure de diffraction du microlevier

On utilise ensuite un écoulement homocinétique, homogène et laminaire de vitesse connue pour déduire la relation qui donne la vitesse du fluide en fonction du signal (fonction de calibration). D'après l'équation 2, on s'attend à trouver une racine carrée (voir figures 5, 9 et 13).

2 Mesures préliminaires dans l'air

2.1 Montage sur table d'optique

Dans un premier temps, je travaille avec un montage simple, sur table d'optique afin de me familiariser avec le principe de fonctionnement du LCA (voir figure 4). J'utilise une turbine qui permet d'obtenir un écoulement d'air jusqu'à des vitesses de l'ordre de 10 m/s. Tous les composants électroniques sont disposés à l'air libre sur la table, ce qui est source de bruit dans le signal.

Pour connaître la vitesse du fluide, on mesure la pression à l'aide d'un tube de Prandtl. La vitesse est reliée à la pression par le théorème de Bernoulli :

$$\frac{P_0}{\rho} = \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (3)$$

On obtient alors la fonction de calibration de la figure 5.

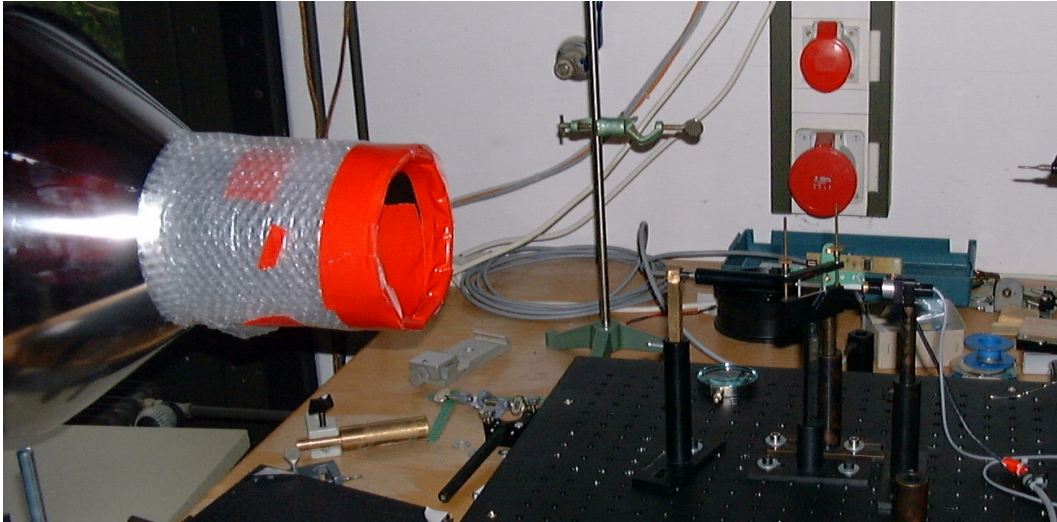


FIG. 4 – Montage simple sur table d'optique

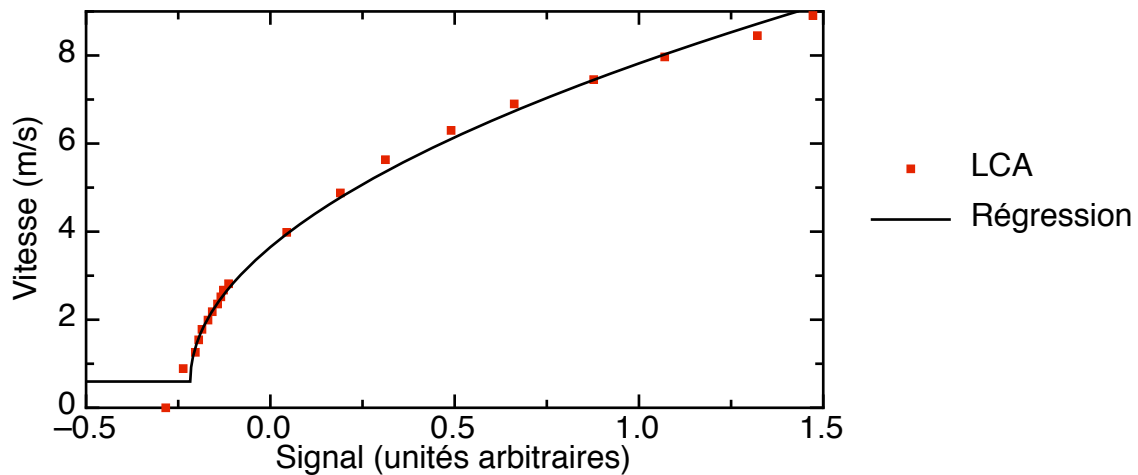


FIG. 5 – Fonction de calibration du montage simple dans l'air

2.2 Comparaison dans l'air avec le fil chaud

On mesure l'évolution de la vitesse dans un écoulement totalement turbulent à la fois avec le LCA et avec le fil chaud (voir [4] pour une référence sur les fils chauds) et on calcule le spectre de puissance du signal. D'après Kolmogorov (voir [5]), on doit trouver une zone dans laquelle le spectre suit une loi de puissance ($P(f) \sim f^{-\frac{5}{3}}$), appelée zone inertielle. Cela correspond à une échelle à laquelle les structures se divisent en structures plus petites sans perte d'énergie.

On trouve bien ce résultat avec les deux détecteurs (voir figure 6). Cependant, avec le montage simple utilisé, le signal du fil chaud est beaucoup plus net aux hautes fréquences. Cela vient très probablement de l'électronique à l'air libre. Néanmoins, avec un montage extrêmement simple et artisanal, on obtient un spectre presque aussi bon que celui obtenu avec un fil chaud pourtant professionnel.

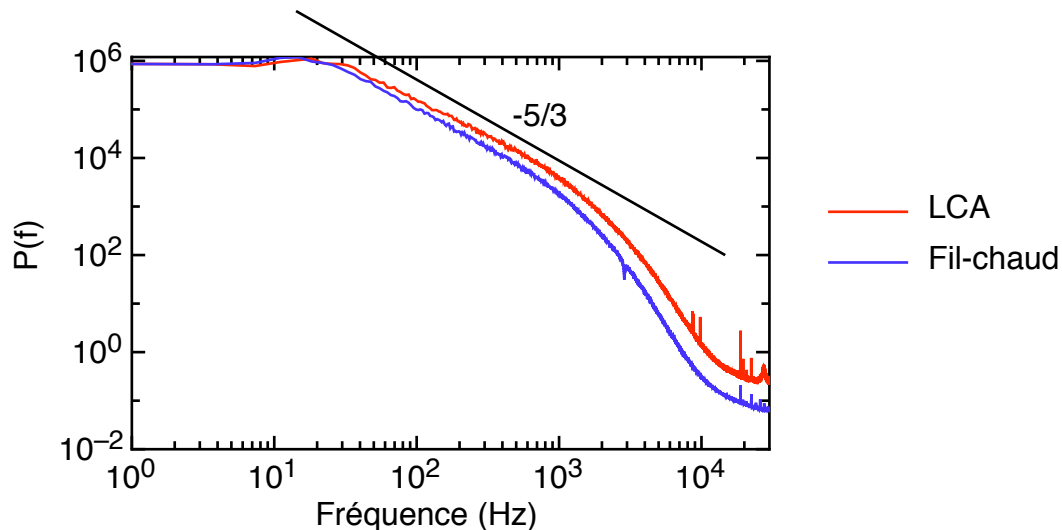


FIG. 6 – Comparaison du spectre de puissance d'un écoulement turbulent obtenu par le LCA et par le fil chaud dans l'air

2.3 Étude de l'écoulement de l'air autour d'un cylindre

On décide d'utiliser ce dispositif pour étudier l'écoulement de l'air autour d'un cylindre et de comparer avec les résultats que l'on obtient avec un fil chaud. On s'attend schématiquement à trouver des tourbillons près du cylindre (voir figure 7).

Lorsque l'on s'éloigne, ces structures deviennent de plus en plus instables et l'écoulement tend vers la turbulence. On suppose que l'hypothèse de Taylor des structures figées est vérifiée. Dans ce cas, les tourbillons n'évoluent pas pendant leur passage à travers le détecteur, ce qui conduit à une certaine périodicité du signal. (voir figure 8).

On peut alors calculer la taille des tourbillons (connaissant la vitesse moyenne de l'écoulement et la période du signal). Dans le cas d'un cylindre de 3,7 mm et d'un écoulement d'environ 8 m/s (ce qui donne un nombre de Reynolds d'environ 2000), on trouve ainsi qu'une taille caractéristique du tourbillon est 1,6 cm.

On peut définir un nombre sans dimension, le nombre de Strouhal St défini par (voir [3]) :

$$St = \frac{f \cdot d}{\bar{u}} \quad (4)$$

où f est la fréquence des tourbillons, d le diamètre du cylindre et \bar{u} la vitesse moyenne de l'écoulement.

On s'aperçoit alors expérimentalement que ce nombre est toujours égal à 0,2 quel que soit le diamètre du cylindre ou la vitesse du fluide (pour la plage de Reynolds testée). Il est alors possible d'utiliser cette propriété pour calibrer le LCA sans utiliser aucun autre détecteur (comme le tube de Prandtl). Il suffit de calculer la fréquence du signal pour connaître la vitesse moyenne du fluide. On obtient le résultat de la figure 9. On constate que le résultat est bien une racine carrée. Cela confirme l'hypothèse selon laquelle le nombre de Strouhal est constant égal à 0,2.

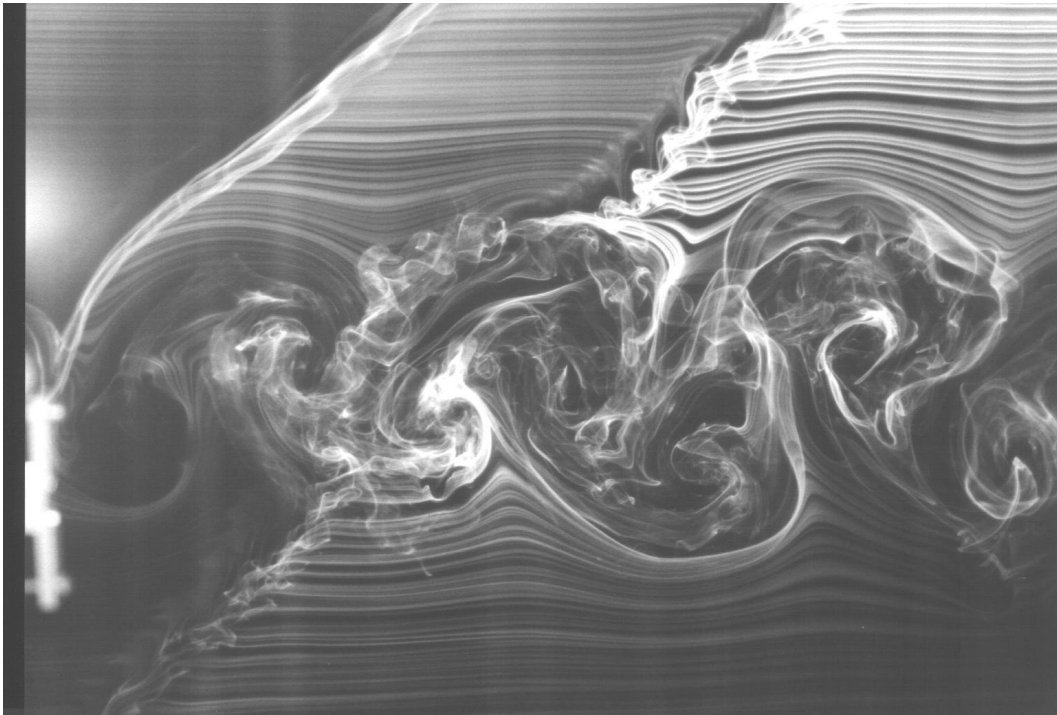


FIG. 7 – Photo de l'écoulement autour d'un cylindre obtenu par un fil chaud recouvert d'huile (Diploma Thesis, Stephan Barth, Oldenburg Universität)

2.4 Statistique d'un écoulement turbulent réalisé avec le LCA

On définit la fonction de densité de probabilité de l'incrément de vitesse défini par :

$$\delta u = u(x + l) - u(x) \quad (5)$$

Pour une valeur de l donnée, on peut obtenir une nouvelle série d'incrément de vitesse et calculer la fonction de densité de probabilité. L'allure de cette fonction de probabilité traduit le comportement du fluide à l'échelle spatiale d'une longueur typique donnée par l .

On obtient le résultat de la figure 10 pour un écoulement d'environ 8 m/s autour d'un cylindre de 1,6 cm (ce qui donne un Reynolds de l'ordre de 8500). On se place à une distance du cylindre de l'ordre du mètre.

D'après [2], la forme non-gaussienne de cette fonction de probabilité est une des caractéristiques d'un écoulement complètement turbulent. On voit qu'à l'échelle du dixième de millimètre, la fonction est totalement non-gaussienne mais que l'allure devient de plus en plus gaussienne aux grandes échelles. Les structures instables ont donc des tailles typiques de l'ordre du dixième de millimètre.

3 Mesures dans l'eau

3.1 Problèmes liés au montage

J'ai à ma disposition un réservoir transparent d'environ 50 cm de diamètre et 80 cm de hauteur. Nous y adaptons une buse dont la géométrie a été étudiée pour rendre l'écoulement à sa sortie le plus laminaire possible. Le laboratoire est équipé d'un gros réservoir de

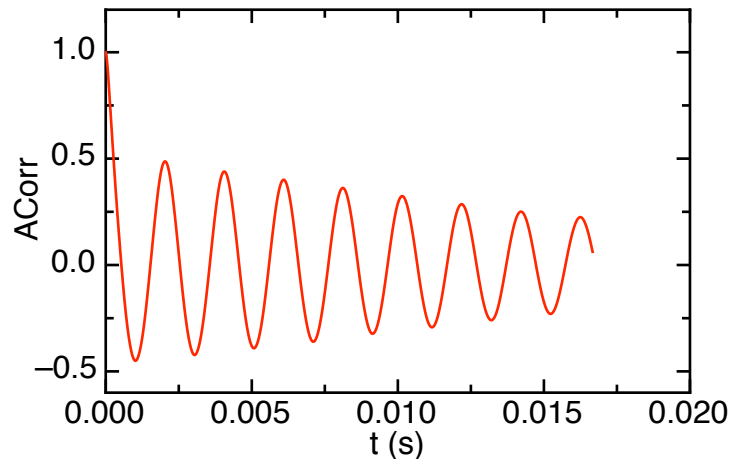


FIG. 8 – Fonction d'autocorrélation du signal du LCA obtenu à 1,5 cm d'un cylindre de 3,7 mm de diamètre dans l'air

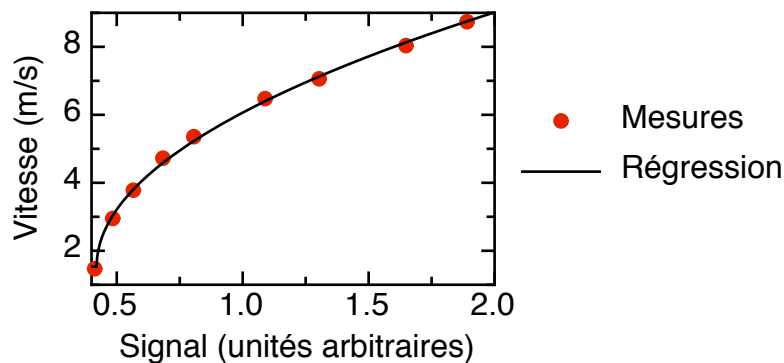


FIG. 9 – Fonction de calibration du LCA obtenue dans l'air par calcul de fréquence (hypothèse nombre de Strouhal constant)

1000 L capable de résister à une pression de 10 bars. L'eau est stockée dans une membrane en caoutchouc et il est possible d'imposer la pression à l'extérieur de la membrane par un système d'air comprimé. Je vais passer beaucoup de temps à essayer de faire marcher ce réservoir correctement. Au début, l'eau qui en sortait était très sale. De plus, le dispositif de contrôle de la pression n'imposait pas une pression tout à fait constante, elle oscillait entre deux valeurs qu'il semblait impossible de régler, ce qui conduisait à un écoulement non constant. Il est, de plus, apparu qu'il y avait des fuites en plusieurs points de la robinetterie et qu'un des tuyaux introduisait des turbulences dans l'écoulement. Au moment où le dispositif commençait à se comporter comme je le souhaitais, il est apparu qu'il y avait un trou dans la membrane.

Par conséquent, il a fallu utiliser simplement l'eau du robinet. La seule méthode pour faire varier le débit étant le robinet lui-même. L'autre problème était la mesure dudit débit. Il y avait plusieurs débitmètres mais leurs caractéristiques n'étaient pas connues. Il a fallu appeler le fabricant pour savoir comment connecter les fils de l'interface.

Le problème de ce montage est que le débit obtenu au robinet fluctue aléatoirement en fonction de l'utilisation de l'eau dans le bâtiment. De plus, on obtient de nombreuses

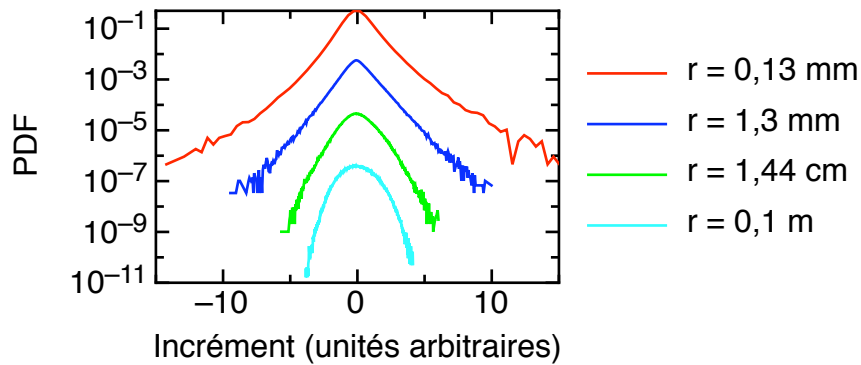
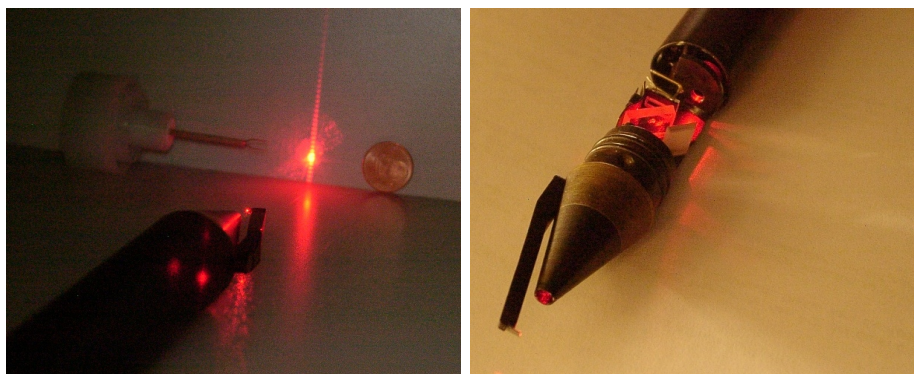


FIG. 10 – Fonctions de densité de probabilité de l’incrément de vitesse $\delta u = u(x+r) - u(x)$ dans l’air ($Re = 8500$) obtenues avec le LCA

bulles dans l’écoulement, en particulier pour les hauts débits.

3.2 Alignement des composants

Dans le détecteur tout-en-un et étanche, le microlevier est collé au bout d’un bras en aluminium. Il faut tout d’abord tout aligner dans l’air (voir figure 11). Cette opération est assez délicate car le microlevier a toujours un angle plus ou moins aléatoire lorsqu’on le colle sur le bras. Par conséquent, il faut courber le bras lui-même pour positionner le spot réfléchi sur le PSD.



(a) Figure de diffraction

(b) Alignement du spot

FIG. 11 – LCA tout-en-un et submersible (photos de Stephan Barth)

Cependant, lorsque l’on met le détecteur dans l’eau, on introduit un dioptrisme eau/air qui réfracte les rayons. Et il n’est pas possible d’ouvrir le détecteur dans l’eau pour savoir où se trouve le spot réfléchi. Il faut donc tâtonner : on place le spot réfléchi à l’une des extrêmes du PSD car on sait dans quelle direction il va se déplacer à cause de la réfraction.

3.3 Étalonnage du LCA dans l’eau

Pour étalonner le détecteur, on se place très près de la buse (voir figure 12) où l’écoulement est supposé laminaire. Connaissant le diamètre de la buse et le débit de l’écoulement, on peut en déduire la vitesse du fluide.

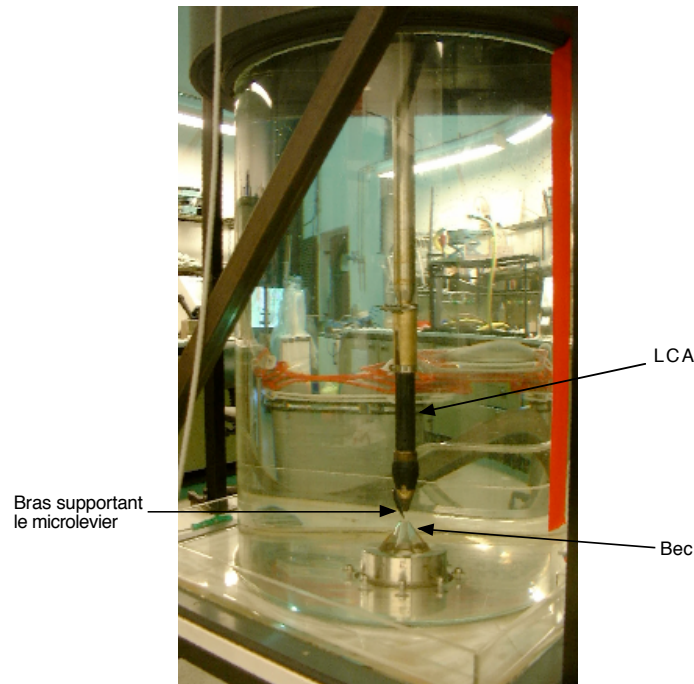


FIG. 12 – Étalonnage du détecteur dans l'eau

Tout d'abord, j'essaie d'acquérir simultanément dans l'ordinateur la série temporelle du débitmètre et du LCA. En traçant l'une en fonction de l'autre, j'espère obtenir la fonction de calibration. Malheureusement, le résultat n'est pas très bon. Le temps de réaction du débitmètre est probablement beaucoup trop long par rapport à celui du LCA qui réagit, quant à lui, très rapidement. Les fluctuations sont très importantes dans le débit du robinet. Par conséquent, le LCA semble donner toutes sortes de valeur pour une même valeur mesurée par le débitmètre.

Je décide alors de travailler avec des valeurs moyennes sur une ou deux secondes. Le résultat est meilleur mais reste très insatisfaisant. J'essaie ensuite de réaliser 5 mesures de valeur moyenne pour chaque débit (divisant ainsi l'erreur statistique par $\sqrt{5}$). On obtient le résultat de la figure 13.

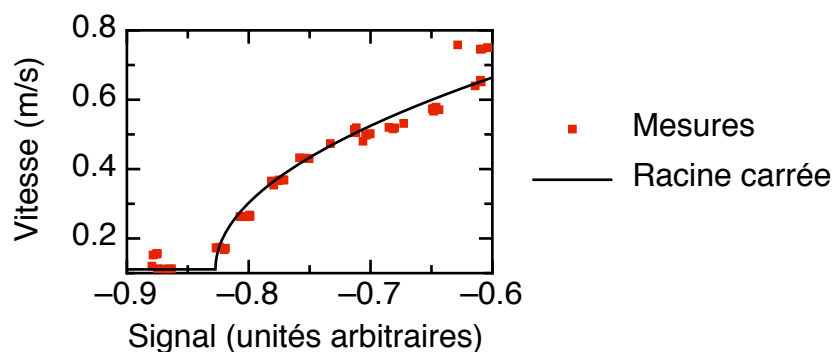


FIG. 13 – Fonction de calibration du LCA dans l'eau

On observe des effets de bords pour les très faibles et les très grandes vitesses. Cela est dû au fait que la réponse du PSD n'est pas vraiment linéaire au bord. On voit, de plus,

qu'une vitesse de l'ordre de 0,7 m/s suffit pour traverser toute la zone linéaire du PSD, même avec les microleviers les plus petits disponibles. Cela n'est pas nécessairement un problème : la vitesse maximale lorsque le robinet est totalement ouvert est de l'ordre de 5 m/s au niveau de la buse. Cette vitesse diminue très rapidement lorsque l'on s'éloigne de la buse car la surface augmente. L'angle entre les lignes de courant extrêmes à la sortie de la buse est de l'ordre de 30° .

Le problème néanmoins, c'est qu'il semble que la fonction de calibration évolue dans le temps (voir figure 14). Je constate clairement que la réponse du détecteur n'est pas la même avant et après le repas de midi. Le microlevier est de plus inutilisable le lendemain car il est impossible de voir le spot réfléchi pour réaligner les composants.

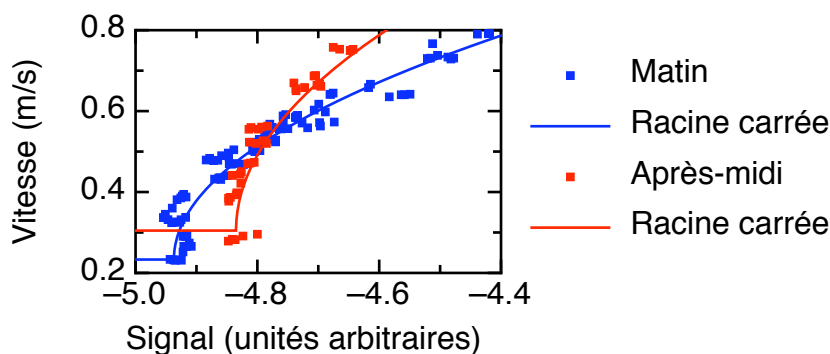


FIG. 14 – Évolution de la fonction de calibration du LCA dans l'eau

Au début, je pense qu'il s'agit d'un dépôt de calcaire. Je décide donc de mettre un peu d'acide dessus en espérant le dissoudre. Malheureusement, l'acide a probablement réagi avec le métal du microlevier (aluminium ou chrome). La vérification du diagramme potentiel-pH du chrome indique clairement que le chrome 0 n'est pas stable dans une eau aérée. Il résiste à la corrosion car il est immédiatement passivé par l'un de ses oxydes. La couche d'oxyde est suffisamment fine pour permettre les utilisations traditionnelles du chrome (salles de bain, protection de métaux, etc.). Cependant, dans le cas du microlevier qui est très petit, une fine épaisseur d'oxyde peut être suffisante pour dégrader le caractère réfléchissant de la surface.

Je décide donc d'aller regarder l'aspect de la surface au microscope (voir figure 15). La surface semble beaucoup plus irrégulière et beaucoup moins réfléchissante après le passage dans l'eau qu'avant mais il est difficile de conclure quoi que ce soit. On me dit alors qu'il est tout-à-fait possible d'aller observer le microlevier endommagé au microscope électronique à balayage. Celui-ci est muni d'un détecteur qui permet de connaître la composition de la zone observée (on arrache les électrons des atomes et on mesure leur énergie). On obtient le résultat de la figure 16.

Sur l'électrographie, on observe clairement un dépôt sur le microlevier. L'analyse donne effectivement toutes sortes d'éléments qui sont probablement présents dans l'eau du robinet (chlore, magnésium, calcium, etc.). L'oxydation du chrome, si elle existe, ne semble donc pas être le problème majeur. Le problème semble être essentiellement celui du dépôt de particules ou de la précipitation d'ions présents dans l'eau.

Ce problème rend très difficile (voire impossible) la mesure de vitesse puisqu'il n'est pas possible d'étalonner correctement le détecteur. En revanche, on peut supposer que la réponse varie sur des temps suffisamment longs pour faire des mesures de quelques minutes et pour exploiter les valeurs non calibrées pour calculer le spectre de puissance

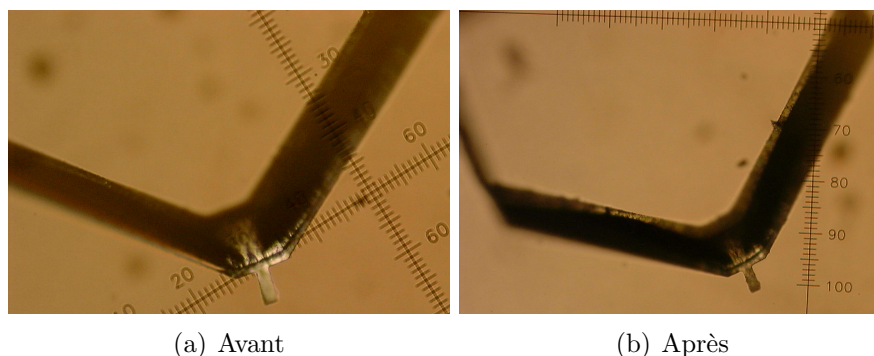
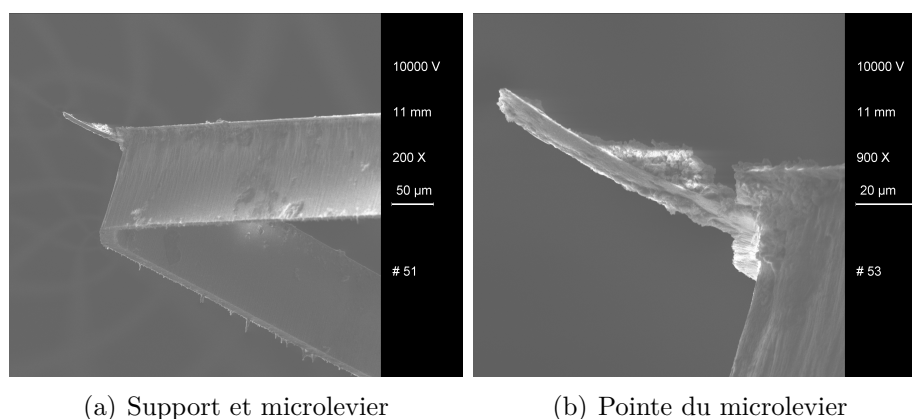


FIG. 15 – Observation du microlevier au microscope optique

FIG. 16 – Observation du microlevier endommagé au microscope électronique à balayage
ou l'allure des fonctions de densité de probabilité.

3.4 Calcul du nombre de Strouhal dans l'eau

Je souhaitais déterminer si on avait dans l'eau la même propriété que dans l'air en ce qui concerne le nombre de Strouhal (Cela aurait permis de s'affranchir du débitmètre et donc de calibrer éventuellement plus rapidement). Je commence donc par placer un cylindre de diamètre 1,4 mm (voir figure 17) et une vitesse moyenne de l'écoulement de 0,1 m/s (soit un Reynolds de 9,3). On trouve bien une certaine périodicité dans le signal (voir figure 18).

On trouve une fréquence de l'ordre de 12,37 Hz, ce qui donne un nombre de Strouhal de l'ordre de 0,17. L'ordre de grandeur semble donc être le même que dans l'air (où le nombre de Strouhal vaut 0,2). Cependant, je n'ai pas réussi à faire des mesures pour d'autres valeurs de la vitesse car la périodicité disparaissait dès que j'augmentais la vitesse.

L'explication probable est que le cylindre est assez grand par rapport à la buse. La taille des tourbillons est elle-même bien plus grande que le cylindre qui les a créés (voir figure 7). Par conséquent, avec ce montage, la zone d'environ 30° où le fluide est à peu près laminaire est probablement trop petite. Les instabilités du bord de l'écoulement doivent probablement perturber les tourbillons auxquels on s'attend.

La solution serait peut-être d'utiliser un cylindre plus petit. J'essaie donc avec un fil en acier de 0,19 mm de diamètre. Cette fois, impossible de détecter la moindre périodicité quel que soit le Reynolds. Le problème est probablement que le LCA est trop loin du fil. Il est difficile de le positionner plus près que quelques millimètres ce qui est très grand

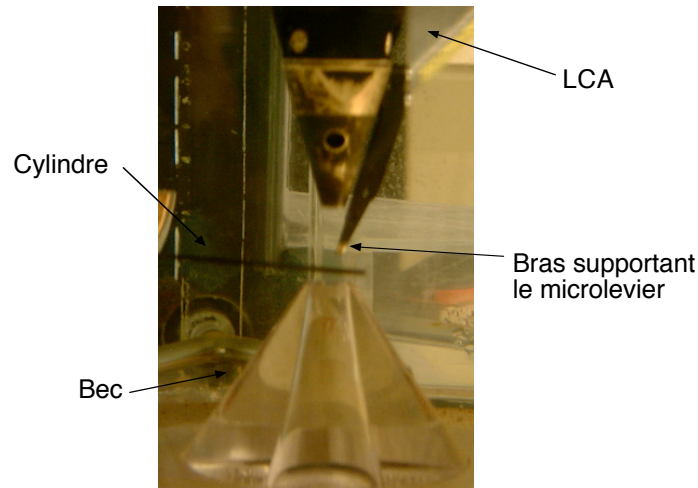


FIG. 17 – Photo du cylindre dans l'eau

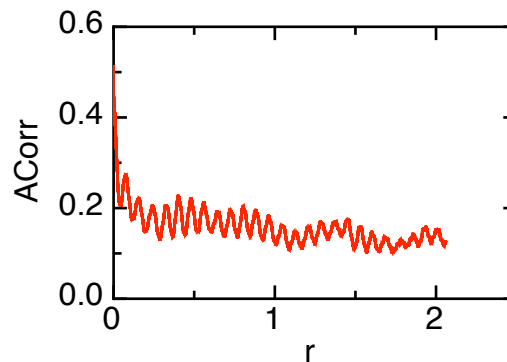


FIG. 18 – Fonction d'autocorrélation du signal obtenu dans l'eau après un cylindre de diamètre 1,4 mm (LCA)

devant les dimensions du fil. On obtient donc un écoulement complètement turbulent (voir figure 19).

3.5 Étude de l'écoulement dans le réservoir

Je me suis efforcé de scanner horizontalement et verticalement l'écoulement (voir figure 20).

Pour l'évolution verticale, il est clair que l'écoulement tend de plus en plus vers la turbulence sans jamais l'atteindre lorsqu'on s'éloigne de la buse (la pente tend de plus en plus vers $-\frac{5}{3}$ dans la zone inertielle sans jamais l'atteindre). Sans doute aurait-il fallu avoir un réservoir plus grand.

Pour ce qui est de l'évolution horizontale, ce n'est pas très clair. On sort probablement trop rapidement de la zone où se trouve effectivement l'écoulement.

J'ai également calculé la fonction de densité de probabilité (sur des données non calibrées), on trouve l'allure de la figure 21 sur les quatre distances testées.

Cette fois, il semble que l'échelle typique des instabilités est plutôt 1,1 mm soit 10 fois plus grandes que dans l'air.

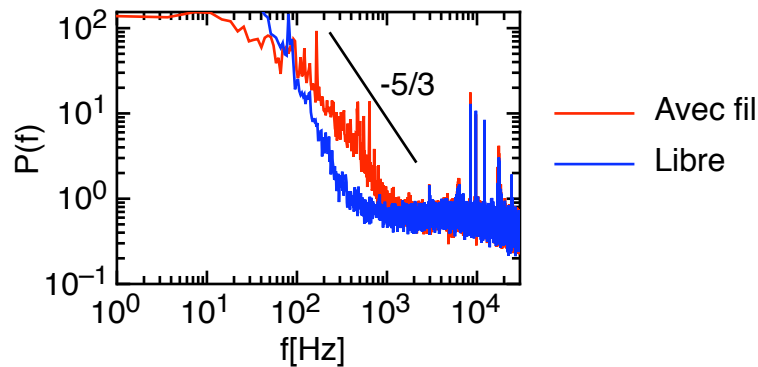


FIG. 19 – Spectre de puissance de la série temporelle enregistrée à 3 mm de la buse avec ou sans fil d’acier

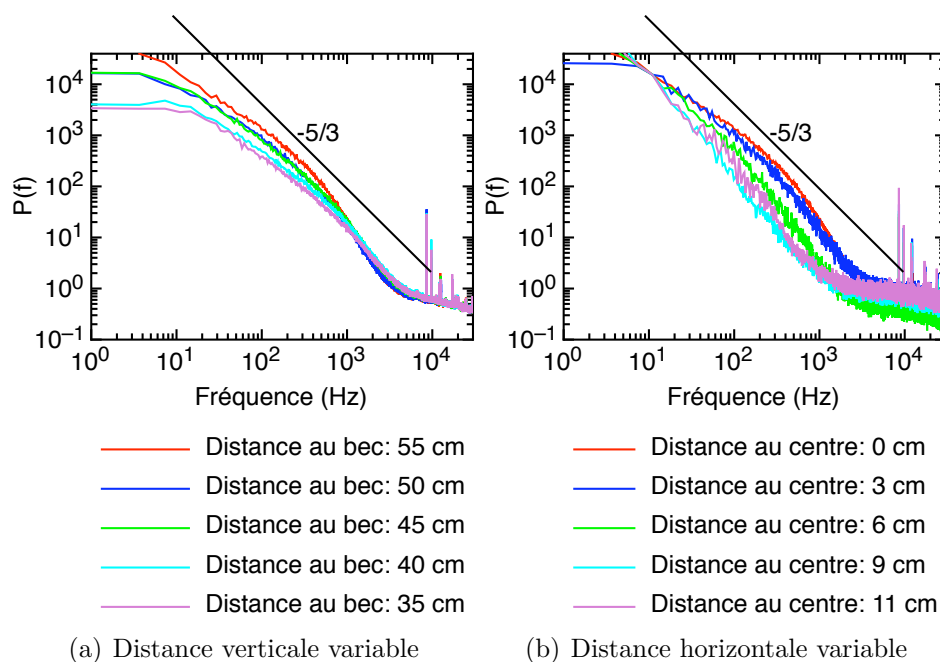


FIG. 20 – Spectre de puissance à différentes distances de la buse

3.6 Comparaison avec le film chaud

J’ai enfin, bien entendu, comparé les résultats entre le LCA et le film chaud (voir figure 22).

Les mesures ont toutes été faites à 55 cm de la buse. Avec le LCA, on obtient un spectre de puissance presque turbulent avec les trois vitesses. Avec le film chaud, seul le spectre pour la vitesse 6 m/s ressemble à ce à quoi on s’attend. Pour les vitesses plus faibles, il semble que les résultats soient très mauvais sachant que pour 1 m/s, on a déjà un Reynolds de 8000.

Je ne sais pas néanmoins si le problème vient des conditions d’utilisation du film chaud ou si celui-ci est vraiment très mauvais dans l’eau lorsque la vitesse moyenne du fluide n’est pas très grande.

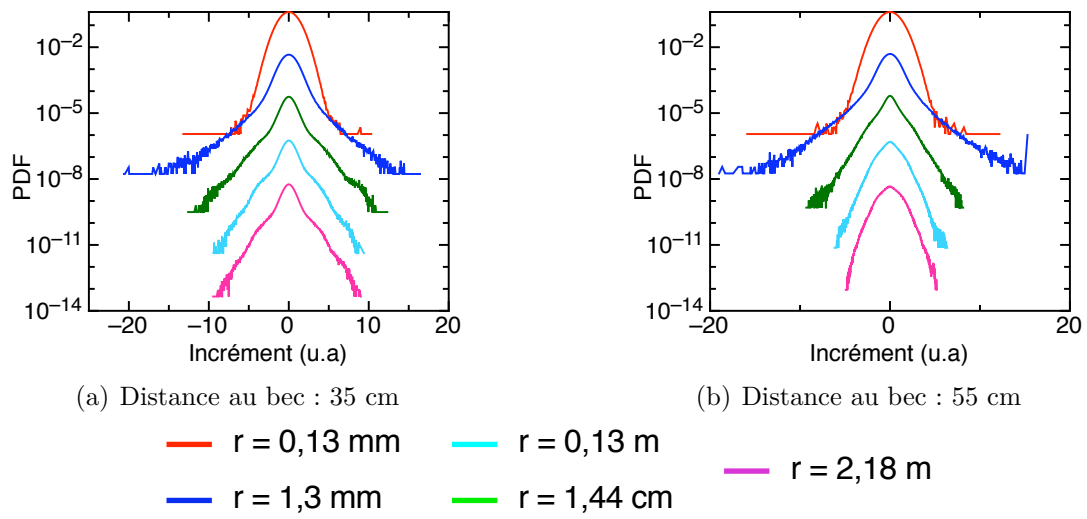


FIG. 21 – Fonction de densité de probabilité de l'incrément de vitesse $\delta u = u(x+r) - u(x)$ dans l'eau

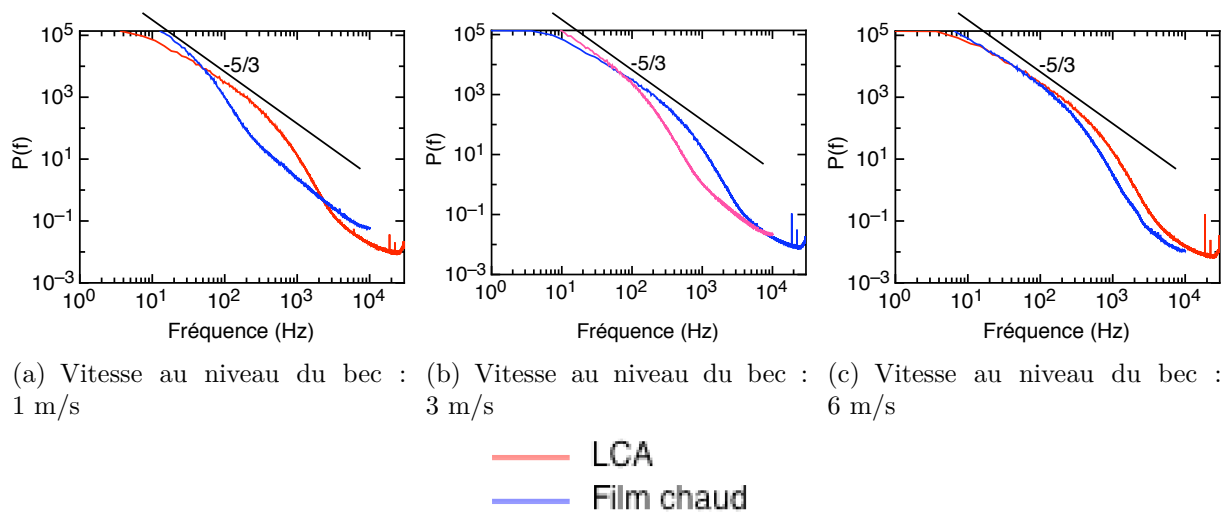


FIG. 22 – Spectre de puissance obtenu dans l'eau avec le LCA et avec le film chaud

Conclusion

Le LCA semble fonctionner dans l'eau. Il est visiblement plus précis et plus fiable que le film chaud. Cependant, un énorme problème demeure, celui de la corruption du microlevier dans l'eau qui rend impossible l'utilisation de données calibrées ou même simplement sa réutilisation, ce qui oblige à en utiliser un nouveau tous les jours. Le microlevier en lui-même est assez cher et l'alignement des composants demande beaucoup de temps. Il faudrait donc chercher à savoir comment contourner ces problèmes. Peut-être conviendrait-il d'utiliser de l'eau distillée ?

Bibliographie

- [1] *Laser-cantilever anemometer : A new high-resolution sensor for air and liquid flows*, Stephan BARTH, Holger KOCH, Achim KITTEL, Joachim PEINKE, Jörg BURGOLD, Helmut WURMUS, REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS 76, 075110 (2005)
- [2] *Conditional velocity pdf in 3-D turbulence*, Yves GAGNE, Muriel MARCHAND, Bernard CASTAING, J. Phys. II France 4 (1994) 1-8, January 1994
- [3] *Physical hydrodynamics*, D.J. TRITTON, Oxford Science Publ.
- [4] *Hot-wire Anemometry-Principles and Signal Analysis*, H.H. BRUUN, Oxford University Press, Oxford, 1995
- [5] *The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number*, A. N. KOLMOGOROV, C. R. Acad. Sci. USSR (*Dokl. Akad. Nauk. SSSR*), 1941, 30(4); *Proc. R. Soc. London, A*, 434, p 9-13 (1991)